

# カイラル磁気効果は量子色力学 の動的ユニバーサリティクラス に影響を与えるのか？

曾我部 紀之 (慶應大学)

共同研究者: 本郷 優 (RIKEN iTHEMS)、山本 直希 (慶應大学)

非平衡系の物理学 – 階層性と普遍性 –  
2018年12月26日 京都大学 基礎物理学研究所

Masaru Hongo, NS, Naoki Yamamoto, JHEP **1811**, 108 (2018)

# 普遍的な物理現象

## 例1. 相転移・臨界現象

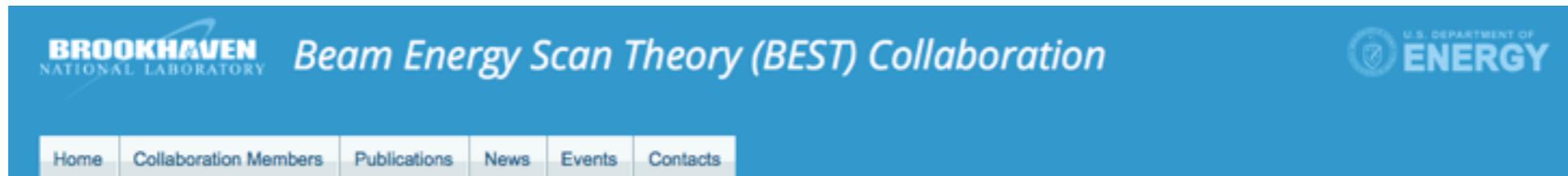
- 磁性体
- 超流動体
- クォーク・グルーオン・プラズマ

## 例2. トポロジカル輸送現象

- 量子ホール効果
- カイラル輸送現象

# 重イオン衝突実験

- QCD (量子色力学) 相転移・臨界現象
  - ユニバーサリティクラス
  - (臨界点の実験的兆候)
- カイラル輸送現象
  - カイラル磁気効果
  - カイラル分離効果
  - (カイラル渦効果)



## Our Mission

The Beam Energy Scan Theory (BEST) Collaboration is a Topical Collaboration in Nuclear Theory, funded by the [US Department of Energy](#), [Office of Science](#), [Office of Nuclear Physics](#) for the period 2016-2020.

The BEST Collaboration, involving collaborators from two national laboratories and 11 universities, will construct and provide a theoretical framework for interpreting the results from the ongoing Beam Energy Scan program at the [Relativistic Heavy Ion Collider \(RHIC\)](#). The main goals of this program are to discover, or put constraints on the existence, of a critical point in the QCD phase diagram, and to locate the onset of chiral symmetry restoration by observing correlations related to anomalous hydrodynamic effects in quark gluon plasma.



## Upcoming Events

► [BEST Collaboration Annual Meeting, August 5-](#)

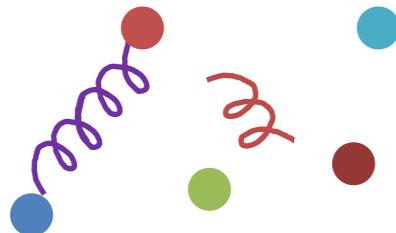
<https://www.bnl.gov/physics/best/>

カイラル磁気効果はQCDのユニバーサリティクラスに影響を与えるのか？

# 動的ユニバーサリティクラス

P. C. Hohenberg and B. I. Halperin (1977)

微視的な理論

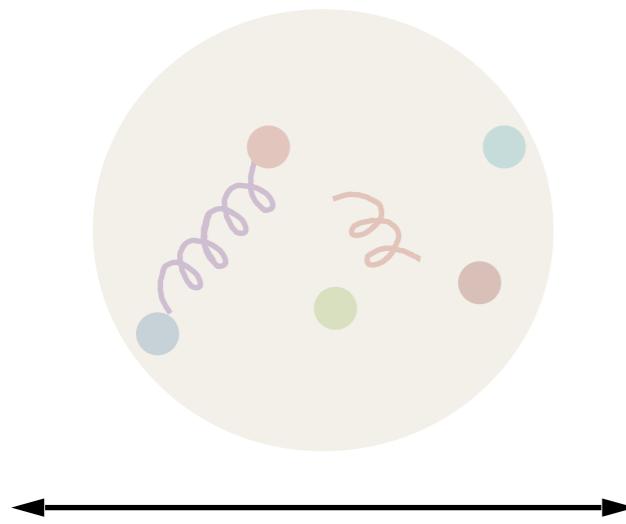


$$\xi \gg \Lambda^{-1}$$

# 動的ユニバーサリティクラス

P. C. Hohenberg and B. I. Halperin (1977)

微視的な理論



$$\xi \gg \Lambda^{-1}$$

粗視化

低エネルギー有効理論

流体力学変数：

- 秩序変数
- 保存電荷
- 南部・Goldstoneモード

同じ対称性

対称性とギャップレスモードに基づく臨界現象の分類

# 動的ユニバーサリティクラス

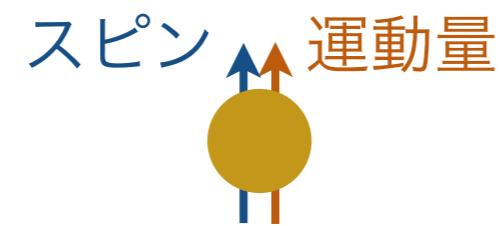
P. C. Hohenberg and B. I. Halperin (1977)

Hohenberg and Halperin: Theory of dynamic critical phenomena

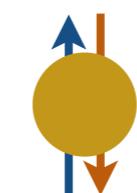
TABLE I. Some dynamical models treated by renormalization-group methods.

Model	Designation	System	Dimension order of parameter	Non-conserved fields	Conserved fields	Non-vanishing Poisson bracket
Relaxational	A	Kinetic Ising anisotropic magnets	$n$	$\psi$	None	None
	B	Kinetic Ising uniaxial ferromagnet	$n$	None	$\phi$	None
	C	Anisotropic magnets structural transition	$n$	$\psi$	$m$	None
Fluid	H	Gas-liquid binary fluid	1	None	$\psi, j$	$\{\psi, j\}$
Symmetric planar magnet	E	Easy-plane magnet, $h_z = 0$	2	$\psi$	$m$	$\{\psi, m\}$
Asymmetric planar magnet	F	Easy-plane magnet, $h_z \neq 0$ superfluid helium	2	$\psi$	$m$	$\{\psi, m\}$
Isotropic antiferromagnet	G	Heisenberg antiferromagnet	3	$\psi$	$m$	$\{\psi, m\}$
Isotropic ferromagnet	J	Heisenberg ferromagnet	3	None	$\psi$	$\{\psi, \psi\}$

# カイラリティ



右巻き電荷 :  $Q_R$



左巻き電荷 :  $Q_L$

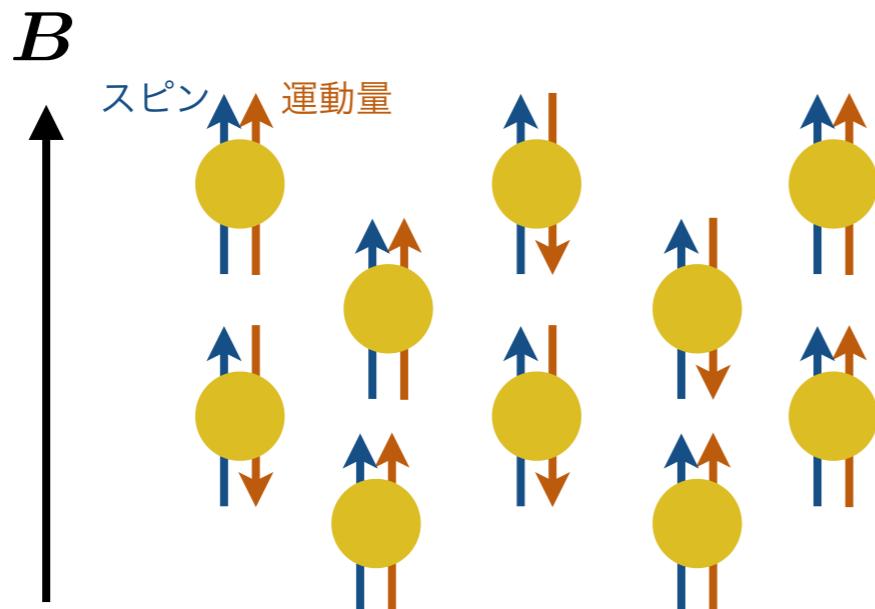
電荷	$Q \equiv Q_R + Q_L$
軸性電荷	$Q_A \equiv Q_R - Q_L$

# 磁場中のカイラル輸送現象

Vilenkin (1980), Nielsen and Ninomiya(1983)

Kharzeev, McLerran, and Warringa (2008)

Fukushima, Kharzeev, and Warringa (2008)



$$j_R = \frac{e^2 \mu_R}{4\pi^2} B$$

$$j_L = -\frac{e^2 \mu_L}{4\pi^2} B$$

カイラル磁気効果 :  $j = \frac{e^2 \mu_A}{2\pi^2} B \quad \mu_A \equiv \frac{\mu_R - \mu_L}{2}$

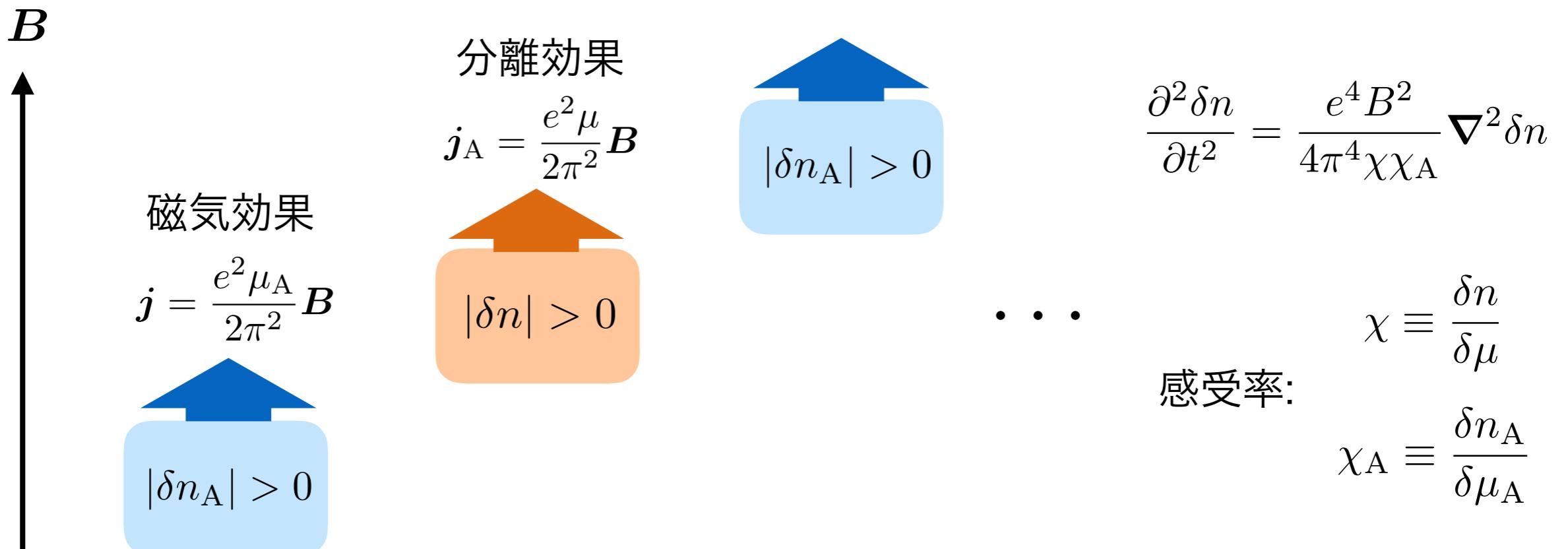
カイラル分離効果 :  $j_A = \frac{e^2 \mu}{2\pi^2} B \quad \mu \equiv \frac{\mu_R + \mu_L}{2}$

トポロジーと関係した係数 c.f. 量子ホール効果

# カイラル磁気波

G. M. Newman (2006)

D. E. Kharzeev and H. Yee (2011)



カイラル輸送現象に特有なギャップレスモード

動的ユニバーサリティクラスへの影響？

# 結果

カイラル磁気効果は  
動的ユニバーサリティクラスを変える



磁場中のカイラル2次相転移の動的ユニバーサリティクラス

$C$ : カイラル磁気係数 ( $j = C\mu_A B$ )

$C=0$	$C \neq 0$
モデル E (xyモデル)	モデル A (イジングモデル)

M. Hongo, NS, N. Yamamoto (2018)

# もくじ

1

セットアップ

2

定式化

- Ginzburg-Landau自由エネルギー
- Langevin方程式

3

くりこみ群解析

4

まとめ

# セットアップ

- QCD at 有限  $T, \mu_I, B$

2成分の無質量クォーク     $q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$       アイソスピン化学ポテンシャル:  
                                         $\mu_I \equiv \mu_u - \mu_d$   
                                        アイソスピン空間

- カイラル対称性

$$B = 0$$

$$B \neq 0$$

$$\text{SU}(2)_L \times \text{SU}(2)_R \quad \longrightarrow \quad \text{U}(1)_L^3 \times \text{U}(1)_R^3$$

$$q_{L,R} \rightarrow e^{i\theta_{L,R}^a \tau^a} q_{L,R} \quad q_{L,R} \rightarrow e^{i\theta_{L,R}^3 \tau^3} q_{L,R}$$

SU(2) の生成子 :  $\tau^a$  ( $a = 1, 2, 3$ )

- カイラル対称性の破れの2次相転移

c.f. 回転対称性の破れ (強磁性体)

# 流体力学変数

- 秩序変数

$$\phi_\alpha \equiv \begin{pmatrix} \sigma \\ \pi \end{pmatrix} \quad U(1)_L^3 \times U(1)_R^3 \text{ を破る}$$

カイラル凝縮 :  $\sigma \equiv \bar{q}q$

中性パイオン :  $\pi \equiv \bar{q}i\gamma_5\tau^3q$

- 保存電荷密度

$$n \equiv n_L + n_R \quad (n_{L,R} \equiv \bar{q}_{L,R}\gamma^0\tau^3q_{L,R})$$

$$n_A \equiv n_L - n_R \quad U(1)_L^3 \times U(1)_R^3 \text{ の Noether の定理}$$

# Ginzburg-Landau自由エネルギー

$$F = \int d\mathbf{r} \left[ \frac{r}{2}(\phi_\alpha)^2 + \frac{1}{2}(\nabla\phi_\alpha)^2 + u(\phi_\alpha)^2(\phi_\beta)^2 + \frac{1}{2\chi}n^2 + \frac{1}{2\chi_A}n_A^2 + \gamma n\phi_\alpha^2 \right]$$

- 相転移点近傍 → 秩序変数での展開
- 長距離間の振る舞いに興味 → 微分展開
- 対称性 → 展開項に制限
  - カイラル対称性、時間反転・パリティ・荷電共役対称性

# Langevin方程式

$$\frac{\partial \phi_\alpha(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\Gamma \frac{\delta F}{\delta \phi_\alpha(\mathbf{r}, t)} - \int d\mathbf{r}' [\phi_\alpha(\mathbf{r}, t), n_A(\mathbf{r}', t)] \frac{\delta F}{\delta n_A(\mathbf{r}', t)} + \xi_\alpha(\mathbf{r}, t)$$

↑ 輸送係數                                   ↑ Poisson括弧

$$[n_A(\mathbf{r}, t), \phi_\alpha(\mathbf{r}', t')] = g \varepsilon_{\alpha\beta} \phi_\beta(\mathbf{r}, t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t')$$

↑ 結合パラメタ

$$\langle \xi_\alpha(\mathbf{r}, t) \xi_\beta(\mathbf{r}', t') \rangle = 2\Gamma \delta_{\alpha\beta} \delta^d(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t')$$

揺動散逸関係式

# Langevin方程式

$$\frac{\partial n(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \lambda \nabla^2 \frac{\delta F}{\delta n(\mathbf{r}, t)} - \int d\mathbf{r}' [n(\mathbf{r}, t), n_A(\mathbf{r}', t)] \frac{\delta F}{\delta n_A(\mathbf{r}', t)} + \zeta(\mathbf{r}, t)$$

↑ 輸送係数                              ↑ Poisson括弧

$$[n(\mathbf{r}, t), n_A(\mathbf{r}', t)] = C \mathbf{B} \cdot \nabla \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t')$$

↑ 力イラル磁気係数

量子異常交換関係

R. Jackiw and K. Johnson (1969)  
S. L. Adler and D. G. Boulware (1969)

# くりこみ群解析

## 1. Langevin方程式と等価な場の理論を構築

P. C. Martin, E. D. Siggia, and A. Rose (1973), H-K. Janssen (1976), C. De Dominicis (1978)

## 2. 場の理論の計算手法を使う

- ファインマンルール
- 摂動展開 ( $\epsilon = 4 - d$  展開・1ループ)
- くりこみ群方程式

$$\omega' = b^z \omega$$

動的臨界指数  
くりこみスケール

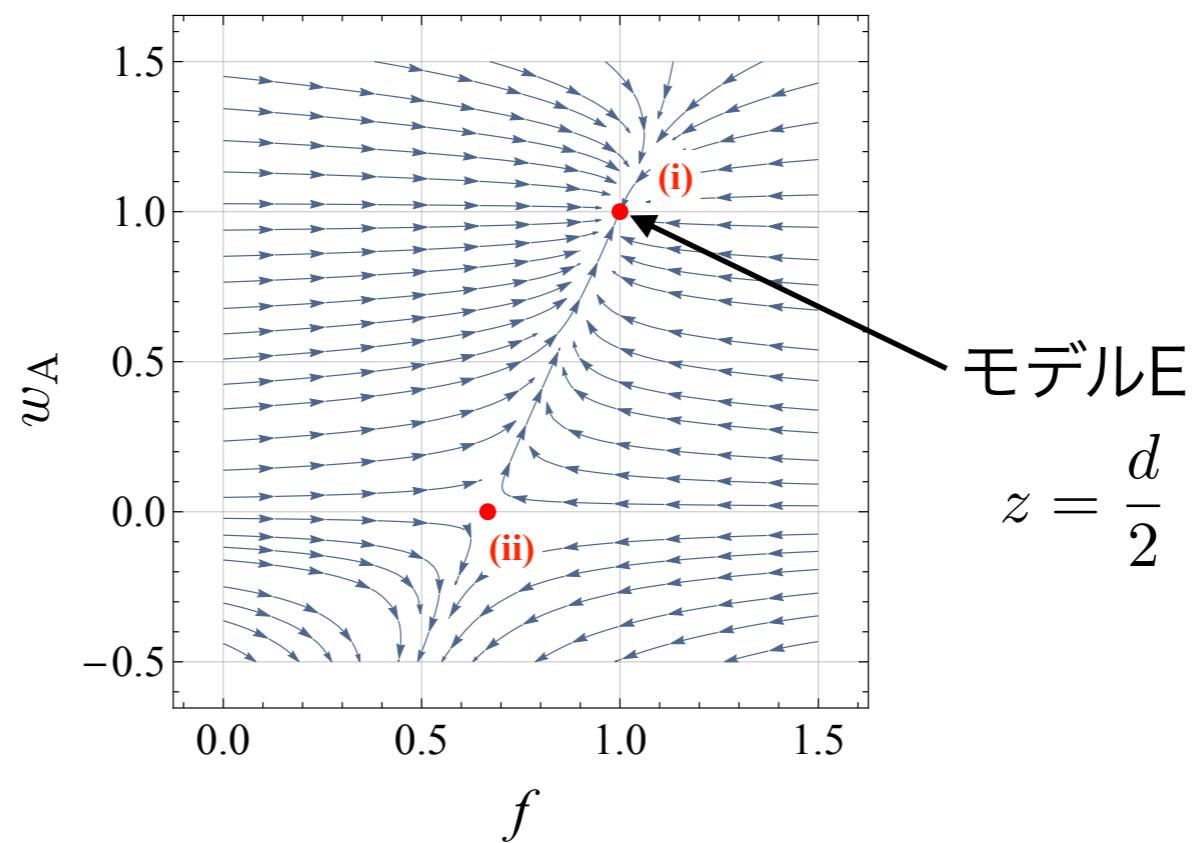
カットオフ運動量

$$\text{変数: } w_A \equiv \frac{\Gamma}{\chi_A \lambda_A}, f \equiv \frac{g^2 \Lambda^{-\epsilon}}{8\pi^2 \lambda_A \Gamma}, w \equiv \frac{\Gamma}{\chi \lambda}, h \equiv \frac{C|B|}{\sqrt{\lambda \lambda_A} \Lambda}$$

# くりこみ群フロー

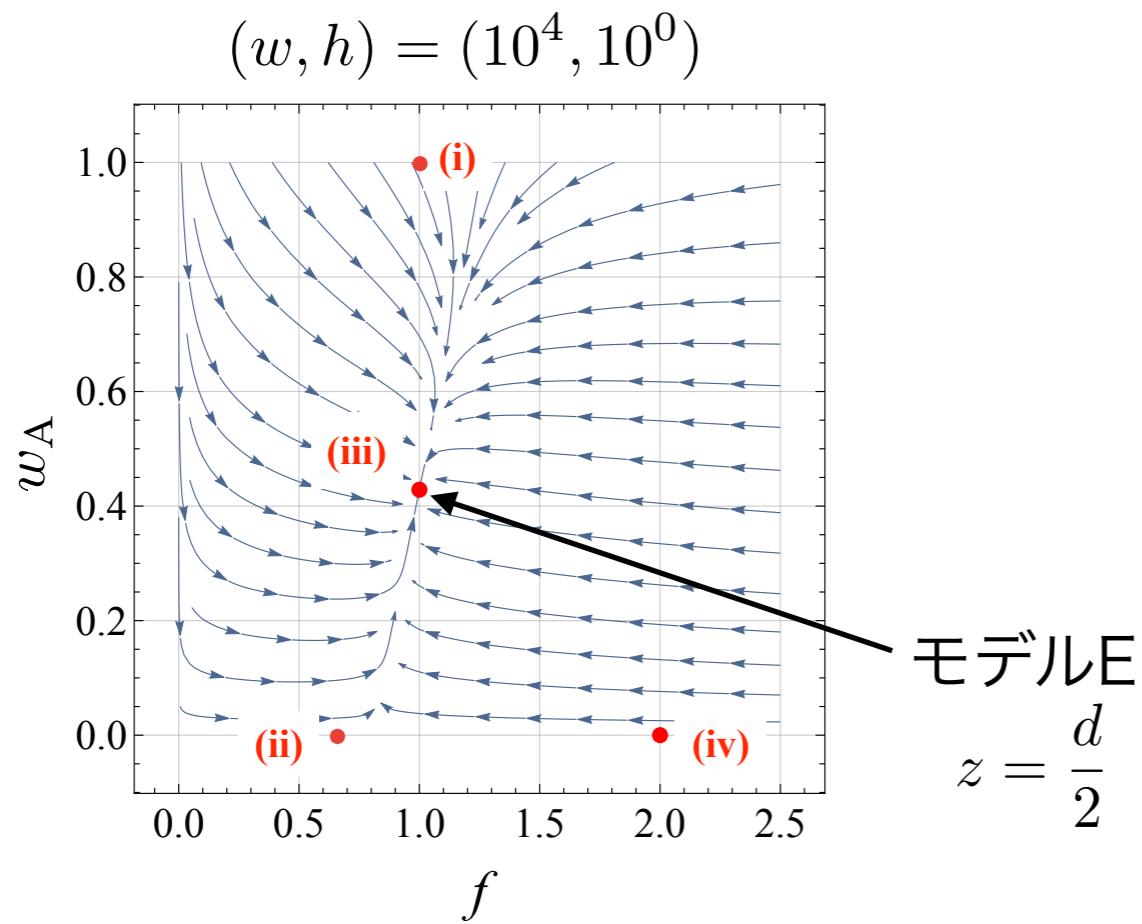
変数： $w_A \equiv \frac{\Gamma}{\chi_A \lambda_A}$ ,  $f \equiv \frac{g^2 \Lambda^{-\epsilon}}{8\pi^2 \lambda_A \Gamma}$ ,  $w \equiv \frac{\Gamma}{\chi \lambda}$ ,  $h \equiv \frac{C|\mathbf{B}|}{\sqrt{\lambda \lambda_A} \Lambda}$

$(w, h) = (0, 0)$  カイラル磁気効果なし



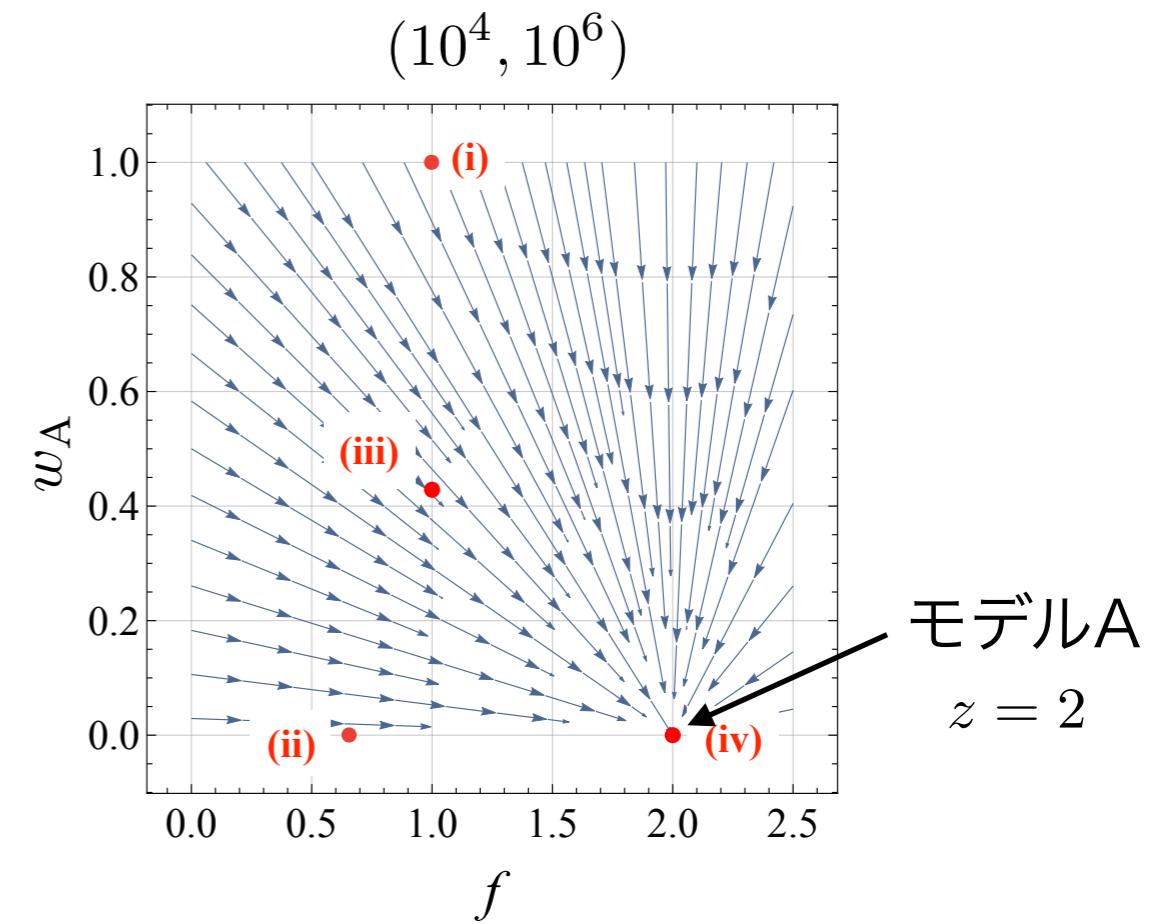
# くりこみ群フロー

変数： $w_A \equiv \frac{\Gamma}{\chi_A \lambda_A}$ ,  $f \equiv \frac{g^2 \Lambda^{-\epsilon}}{8\pi^2 \lambda_A \Gamma}$ ,  $w \equiv \frac{\Gamma}{\chi \lambda}$ ,  $h \equiv \frac{C|\mathbf{B}|}{\sqrt{\lambda \lambda_A} \Lambda}$



拡散  $\gg$  カイラル磁気波

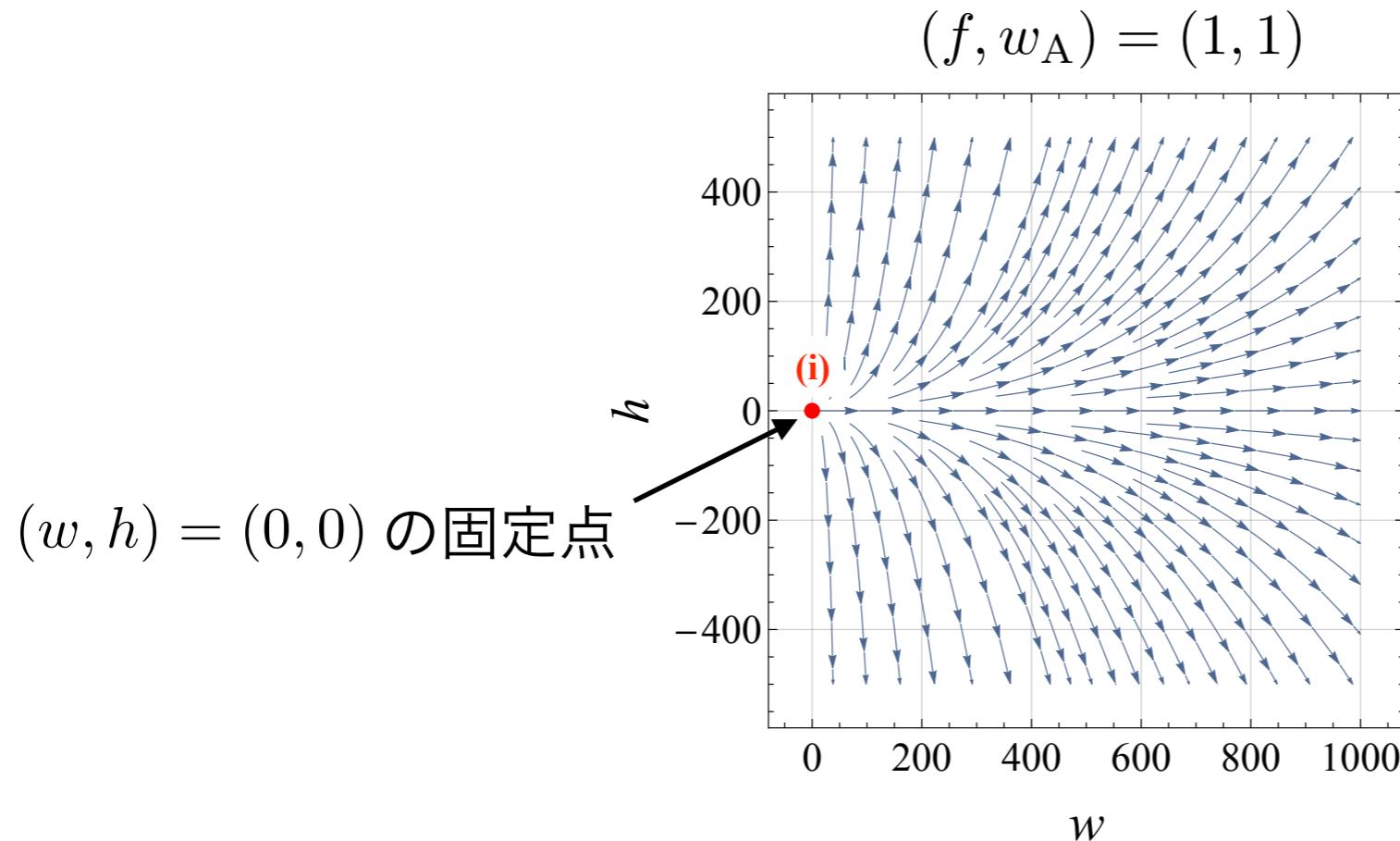
$$\frac{h^2}{w} \sim \frac{C^2}{\lambda_A}$$



拡散  $\ll$  カイラル磁気波

# くりこみ群フロー

変数： $w_A \equiv \frac{\Gamma}{\chi_A \lambda_A}$ ,  $f \equiv \frac{g^2 \Lambda^{-\epsilon}}{8\pi^2 \lambda_A \Gamma}$ ,  $w \equiv \frac{\Gamma}{\chi \lambda}$ ,  $h \equiv \frac{C|\mathcal{B}|}{\sqrt{\lambda \lambda_A} \Lambda}$



$h \gg w$  のフローが支配的  $\longrightarrow$  モデルA

# 動的ユニバーサリティクラス

$C=0$	$C \neq 0$
モデル E (xyモデル) 固定点(i)	モデル A (イジングモデル) 固定点(iv)

M. Hongo, NS, N. Yamamoto (2018)

$C$  : カイラル磁気係数

カイラル磁気効果がユニバーサリティクラスを変える

$$\begin{array}{l|l} \text{モデルE} & \text{2成分秩序変数 + 保存電荷} \\ \phi_\alpha & n_A \quad [\phi_\alpha, n_A] \neq 0 \\ \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{保存電荷'} \\ n \quad [\phi_\alpha, n] = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{モデルA} & \text{2成分秩序変数} \\ \phi_\alpha & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{保存電荷} \\ n_A \quad n \\ \swarrow \quad \nearrow \\ \text{カイラル磁気波} \end{array}$$

# まとめ

- カイラル輸送現象を考慮したQCDの臨界ダイナミクス  
磁場中のカイラル2次相転移の動的ユニバーサリティクラス

$C=0$	$C \neq 0$
モデル E (xyモデル) 固定点(i)	モデル A (イジングモデル) 固定点(iv)

Masaru Hongo, NS, Naoki Yamamoto, JHEP **1811**, 108 (2018)

カイラル磁気効果がユニバーサリティクラスを変える

- 他のトポロジカル輸送現象と動的臨界現象？