カイラル磁気効果は量子色力学の動的ユニバーサリティクラスに影響を与えるのか?

曽我部 紀之（慶応大学）
共同研究者: 本郷 優 (RIKEN iTHEMS)、山本 直希（慶応大学）

非平衡系の物理学ー階層性と普遍性ー
2018年12月26日 京都大学 基礎物理学研究所

Masaru Hongo, NS, Naoki Yamamoto, JHEP **1811**, 108 (2018)

普遍的な物理現象

例1. 相転移・臨界現象

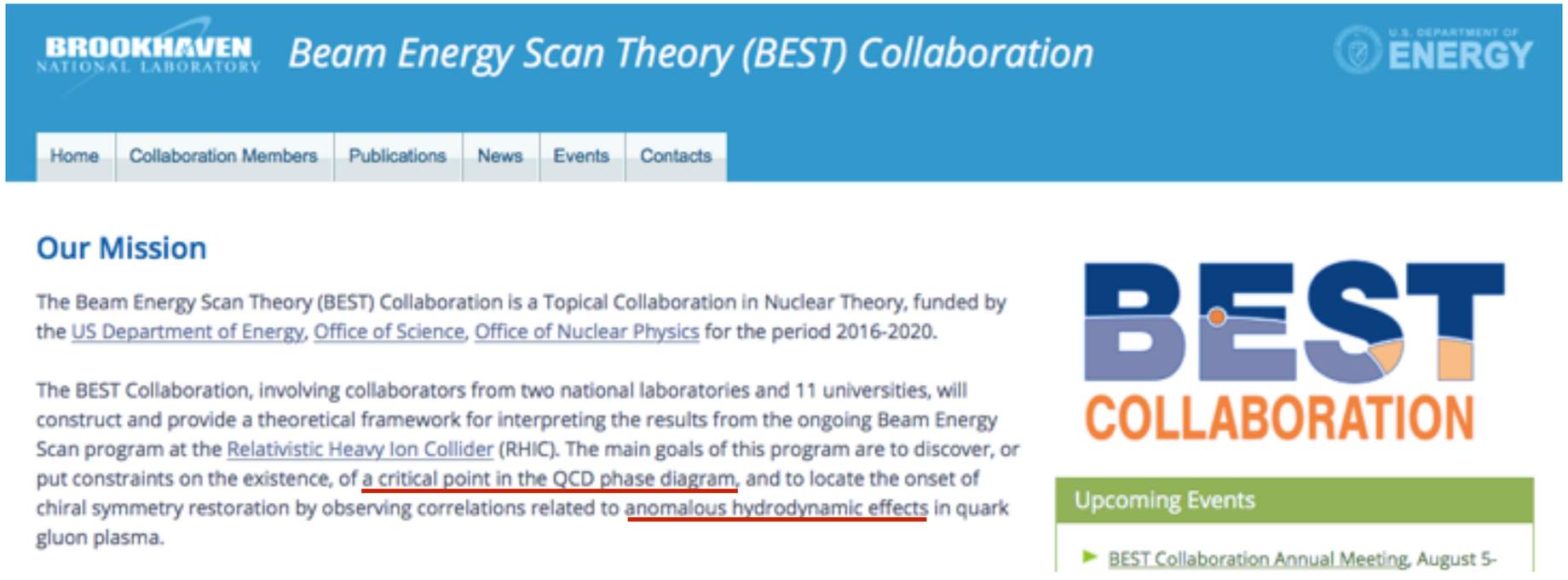
- 磁性体
- 超流動体
- クォーク・グルーオン・プラズマ

例2. トポロジカル輸送現象

- 量子ホール効果
- カイラル輸送現象

重イオン衝突実験

- QCD（量子色力学）相転移・臨界現象
  - ユニバーサリティクラス
  - （臨界点の実験的兆候）
- カイラル輸送現象
  - カイラル磁気効果
  - カイラル分離効果
  - （カイラル渦効果）



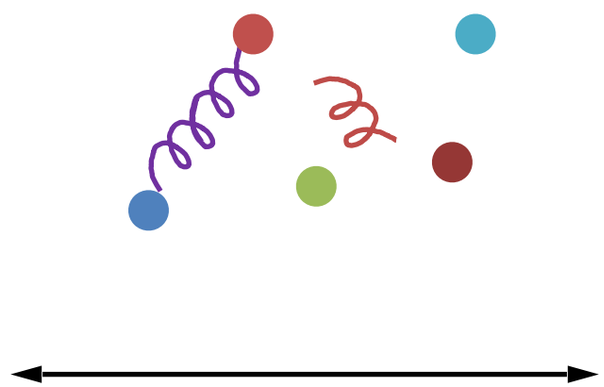
https://www.bnl.gov/physics/best/

カイラル磁気効果はQCDのユニバーサリティクラスに影響を与えるのか？

動的ユニバーサリティクラス

P. C. Hohenberg and B. I. Halperin (1977)

微視的な理論

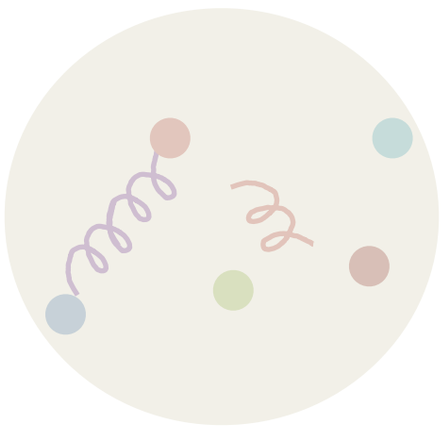


$\xi \gg \Lambda^{-1}$

動的ユニバーサリティクラス

P. C. Hohenberg and B. I. Halperin (1977)

微視的な理論



$\xi \gg \Lambda^{-1}$

粗視化

低エネルギー有効理論

流体力学変数：

- 秩序変数
- 保存電荷
- 南部・Goldstoneモード

同じ対称性

対称性とギャップレスモードに基づく臨界現象の分類

動的ユニバーサリティクラス

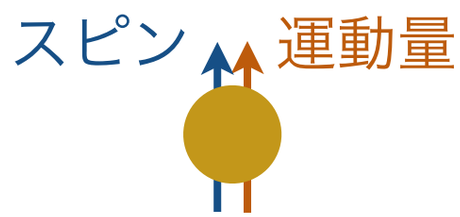
P. C. Hohenberg and B. I. Halperin (1977)

Hohenberg and Halperin: Theory of dynamic critical phenomena

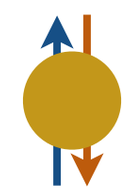
TABLE I. Some dynamical models treated by renormalization-group methods.

Model	Designation	System	Dimension order of parameter	Non-conserved fields	Conserved fields	Non-vanishing Poisson bracket
Relaxational	A	Kinetic Ising anisotropic magnets	n	ψ	None	None
	B	Kinetic Ising uniaxial ferromagnet	n	None	ψ	None
	C	Anisotropic magnets structural transition	n	ψ	m	None
Fluid	H	Gas–liquid binary fluid	1	None	ψ $\mathbf{j}$	$\{\psi, \mathbf{j}\}$
Symmetric planar magnet	E	Easy-plane magnet, $h_z = 0$	2	ψ	m	$\{\psi, m\}$
Asymmetric planar magnet	F	Easy-plane magnet, $h_z \neq 0$ superfluid helium	2	ψ	m	$\{\psi, m\}$
Isotropic antiferromagnet	G	Heisenberg antiferromagnet	3	ψ	$\mathbf{m}$	$\{\psi, \mathbf{m}\}$
Isotropic ferromagnet	J	Heisenberg ferromagnet	3	None	ψ	$\{\psi, \psi\}$

カイラリティ



右巻き電荷：Q_{R}

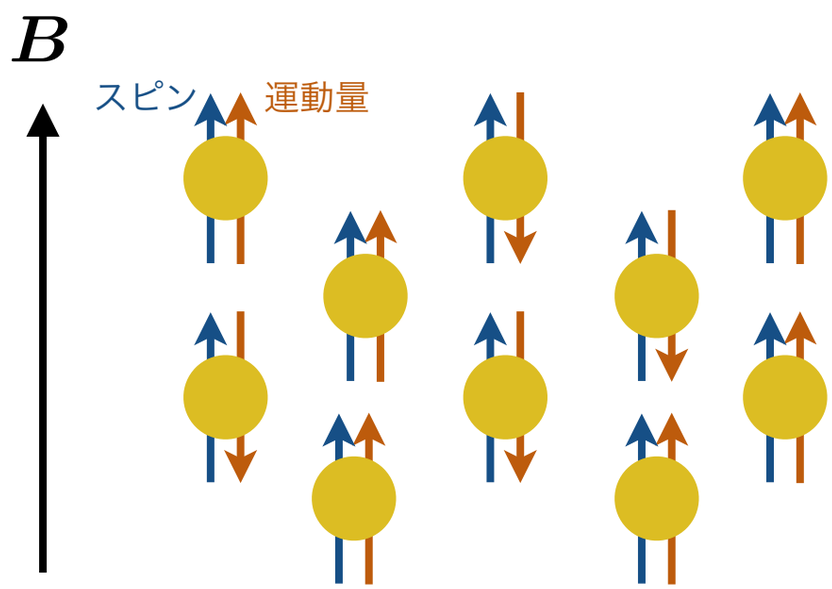


左巻き電荷：Q_{L}

電荷	$Q \equiv Q_{\mathrm{R}} + Q_{\mathrm{L}}$
軸性電荷	$Q_{\mathrm{A}} \equiv Q_{\mathrm{R}} - Q_{\mathrm{L}}$

磁場中のカイラル輸送現象

Vilenkin (1980), Nielsen and Ninomiya(1983)
Kharzeev, McLerran, and Warringa (2008)
Fukushima, Kharzeev, and Warringa (2008)



$$\boldsymbol{j}_{\mathrm{R}} = \frac{e^2 \mu_{\mathrm{R}}}{4\pi^2} \boldsymbol{B}$$

$$\boldsymbol{j}_{\mathrm{L}} = -\frac{e^2 \mu_{\mathrm{L}}}{4\pi^2} \boldsymbol{B}$$

カイラル磁気効果： $\boldsymbol{j} = \frac{e^2 \mu_{\mathrm{A}}}{2\pi^2} \boldsymbol{B} \quad \mu_{\mathrm{A}} \equiv \frac{\mu_{\mathrm{R}} - \mu_{\mathrm{L}}}{2}$

カイラル分離効果： $\boldsymbol{j}_{\mathrm{A}} = \frac{e^2 \mu}{2\pi^2} \boldsymbol{B} \quad \mu \equiv \frac{\mu_{\mathrm{R}} + \mu_{\mathrm{L}}}{2}$

トポロジーと関係した係数　c.f. 量子ホール効果

カイラル磁気波

G. M. Newman (2006)
D. E. Kharzeev and H. Yee (2011)

$\boldsymbol{B}$

磁気効果

$$\boldsymbol{j} = \frac{e^2 \mu_{\mathrm{A}}}{2\pi^2} \boldsymbol{B}$$

$|\delta n_{\mathrm{A}}| > 0$

分離効果

$$\boldsymbol{j}_{\mathrm{A}} = \frac{e^2 \mu}{2\pi^2} \boldsymbol{B}$$

$|\delta n| > 0$

$|\delta n_{\mathrm{A}}| > 0$

$\cdots$

$$\frac{\partial^2 \delta n}{\partial t^2} = \frac{e^4 B^2}{4\pi^4 \chi \chi_{\mathrm{A}}} \boldsymbol{\nabla}^2 \delta n$$

感受率:

$$\chi \equiv \frac{\delta n}{\delta \mu}$$

$$\chi_{\mathrm{A}} \equiv \frac{\delta n_{\mathrm{A}}}{\delta \mu_{\mathrm{A}}}$$

カイラル輸送現象に特有なギャップレスモード

動的ユニバーサリティクラスへの影響？

結果

カイラル磁気効果は
動的ユニバーサリティクラスを変える

磁場中のカイラル2次相転移の動的ユニバーサリティクラス

C: カイラル磁気係数 ($\boldsymbol{j} = C\mu_{\mathrm{A}}\boldsymbol{B}$)

C=0	C≠0
モデル E (xyモデル)	モデル A (イジングモデル)

M. Hongo, NS, N. Yamamoto (2018)

もくじ

セットアップ

- QCD at 有限 T, μ_{I}, $\boldsymbol{B}$

2成分の無質量クォーク　$q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$

アイソスピン空間

アイソスピン化学ポテンシャル:

$$\mu_{\mathrm{I}} \equiv \mu_{\mathrm{u}} - \mu_{\mathrm{d}}$$

- カイラル対称性

$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}$		$\boldsymbol{B} \neq \boldsymbol{0}$
$\mathrm{SU}(2)_{\mathrm{L}} \times \mathrm{SU}(2)_{\mathrm{R}}$	$\longrightarrow$	$\mathrm{U}(1)^3_{\mathrm{L}} \times \mathrm{U}(1)^3_{\mathrm{R}}$
$q_{\mathrm{L,R}} \to \mathrm{e}^{i\theta^a_{\mathrm{L,R}}\tau^a} q_{\mathrm{L,R}}$		$q_{\mathrm{L,R}} \to \mathrm{e}^{i\theta^3_{\mathrm{L,R}}\tau^3} q_{\mathrm{L,R}}$

$\mathrm{SU}(2)$の生成子：τ^a $(a = 1, 2, 3)$

- カイラル対称性の破れの2次相転移

c.f. 回転対称性の破れ（強磁性体）

流体力学変数

- 秩序変数

$$\phi_\alpha \equiv \begin{pmatrix} \sigma \\ \pi \end{pmatrix} \qquad \mathrm{U}(1)^3_\mathrm{L} \times \mathrm{U}(1)^3_\mathrm{R} \text{ を破る}$$

カイラル凝縮：$\sigma \equiv \bar{q}q$　　中性パイオン：$\pi \equiv \bar{q}i\gamma_5\tau^3 q$

- 保存電荷密度

$$n \equiv n_\mathrm{L} + n_\mathrm{R} \qquad (n_\mathrm{L,R} \equiv \bar{q}_\mathrm{L,R}\gamma^0\tau^3 q_\mathrm{L,R})$$

$$n_\mathrm{A} \equiv n_\mathrm{L} - n_\mathrm{R}$$

$\mathrm{U}(1)^3_\mathrm{L} \times \mathrm{U}(1)^3_\mathrm{R}$のNoetherの定理

Ginzburg-Landau自由エネルギー

$$F = \int \mathrm{d}\boldsymbol{r} \left[\frac{r}{2}(\phi_\alpha)^2 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\nabla}\phi_\alpha)^2 + u(\phi_\alpha)^2(\phi_\beta)^2 + \frac{1}{2\chi}n^2 + \frac{1}{2\chi_{\mathrm{A}}}n_{\mathrm{A}}^2 + \gamma n \phi_\alpha^2 \right]$$

- 相転移点近傍 $\longrightarrow$ 秩序変数での展開
- 長距離間の振る舞いに興味 $\longrightarrow$ 微分展開
- 対称性 $\longrightarrow$ 展開項に制限

カイラル対称性、時間反転・パリティ・荷電共役対称性

Langevin方程式

$$\frac{\partial \phi_\alpha(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = -\Gamma \frac{\delta F}{\delta \phi_\alpha(\boldsymbol{r},t)} - \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \left[\phi_\alpha(\boldsymbol{r},t), n_\mathrm{A}(\boldsymbol{r}',t)\right] \frac{\delta F}{\delta n_\mathrm{A}(\boldsymbol{r}',t)} + \xi_\alpha(\boldsymbol{r},t)$$

輸送係数

Poisson括弧

$$[n_\mathrm{A}(\boldsymbol{r},t), \phi_\alpha(\boldsymbol{r}',t')] = g\varepsilon_{\alpha\beta}\phi_\beta(\boldsymbol{r},t)\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta(t-t')$$

結合パラメタ

$$\langle \xi_\alpha(\boldsymbol{r},t)\xi_\beta(\boldsymbol{r}',t')\rangle = 2\Gamma\delta_{\alpha\beta}\delta^d(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta(t-t')$$

揺動散逸関係式

Langevin方程式

$$\frac{\partial n(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = \lambda \boldsymbol{\nabla}^2 \frac{\delta F}{\delta n(\boldsymbol{r},t)} - \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \left[n(\boldsymbol{r},t), n_{\mathrm{A}}(\boldsymbol{r}',t)\right] \frac{\delta F}{\delta n_{\mathrm{A}}(\boldsymbol{r}',t)} + \zeta(\boldsymbol{r},t)$$

輸送係数

Poisson括弧

$$\left[n(\boldsymbol{r},t), n_{\mathrm{A}}(\boldsymbol{r}',t)\right] = C\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\nabla}\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta(t-t')$$

カイラル磁気係数

量子異常交換関係

R. Jackiw and K. Johnson (1969)
S. L. Adler and D. G. Boulware (1969)

くりこみ群解析

1. Langevin方程式と等価な場の理論を構築
   P. C. Martin, E. D. Siggia, and A. Rose (1973), H-K. Janssen (1976), C. De Dominicis (1978)

2. 場の理論の計算手法を使う
   - ファインマンルール
   - 摂動展開 ($\epsilon = 4 - d$ 展開・1ループ)
   - くりこみ群方程式

動的臨界指数

$$\omega' = b^z \omega$$

くりこみスケール

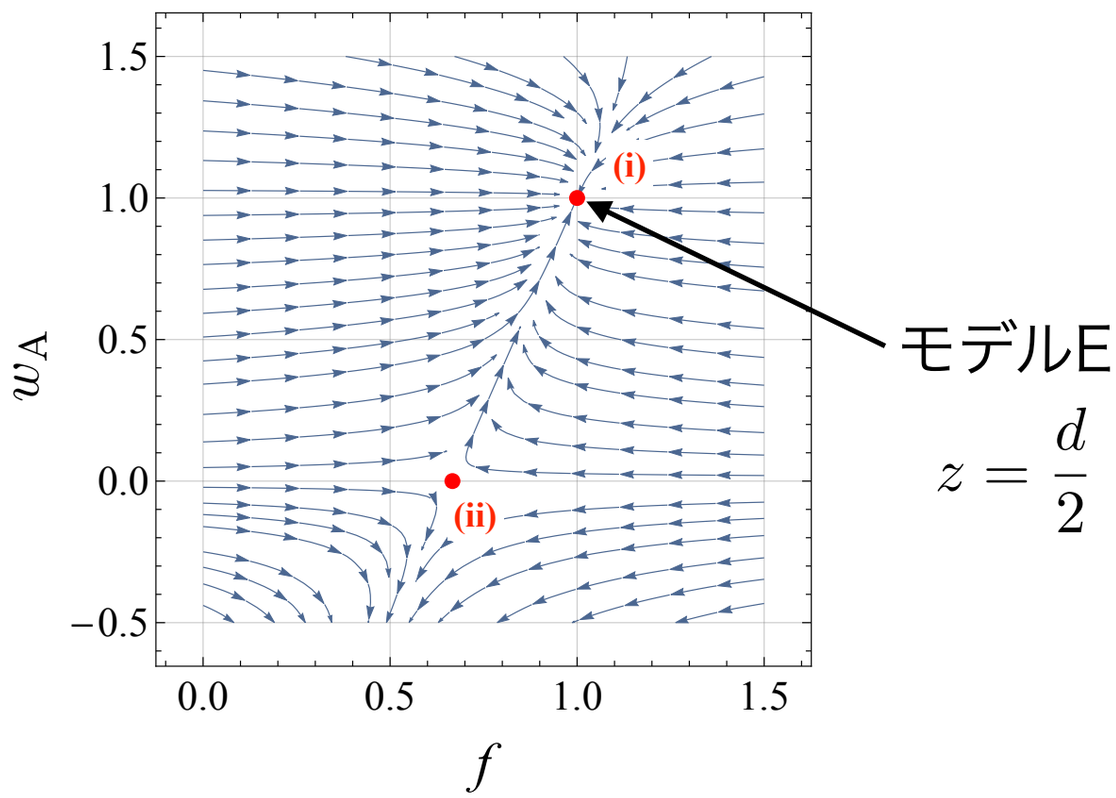
変数： $w_{\mathrm{A}} \equiv \dfrac{\Gamma}{\chi_{\mathrm{A}}\lambda_{\mathrm{A}}},\ f \equiv \dfrac{g^2\Lambda^{-\epsilon}}{8\pi^2\lambda_{\mathrm{A}}\Gamma},\ w \equiv \dfrac{\Gamma}{\chi\lambda},\ h \equiv \dfrac{C|\boldsymbol{B}|}{\sqrt{\lambda\lambda_{\mathrm{A}}}\Lambda}$

カットオフ運動量

くりこみ群フロー

変数： $w_{\mathrm{A}} \equiv \dfrac{\Gamma}{\chi_{\mathrm{A}}\lambda_{\mathrm{A}}},\ f \equiv \dfrac{g^2\Lambda^{-\epsilon}}{8\pi^2\lambda_{\mathrm{A}}\Gamma},\ w \equiv \dfrac{\Gamma}{\chi\lambda},\ h \equiv \dfrac{C|\boldsymbol{B}|}{\sqrt{\lambda\lambda_{\mathrm{A}}}\Lambda}$

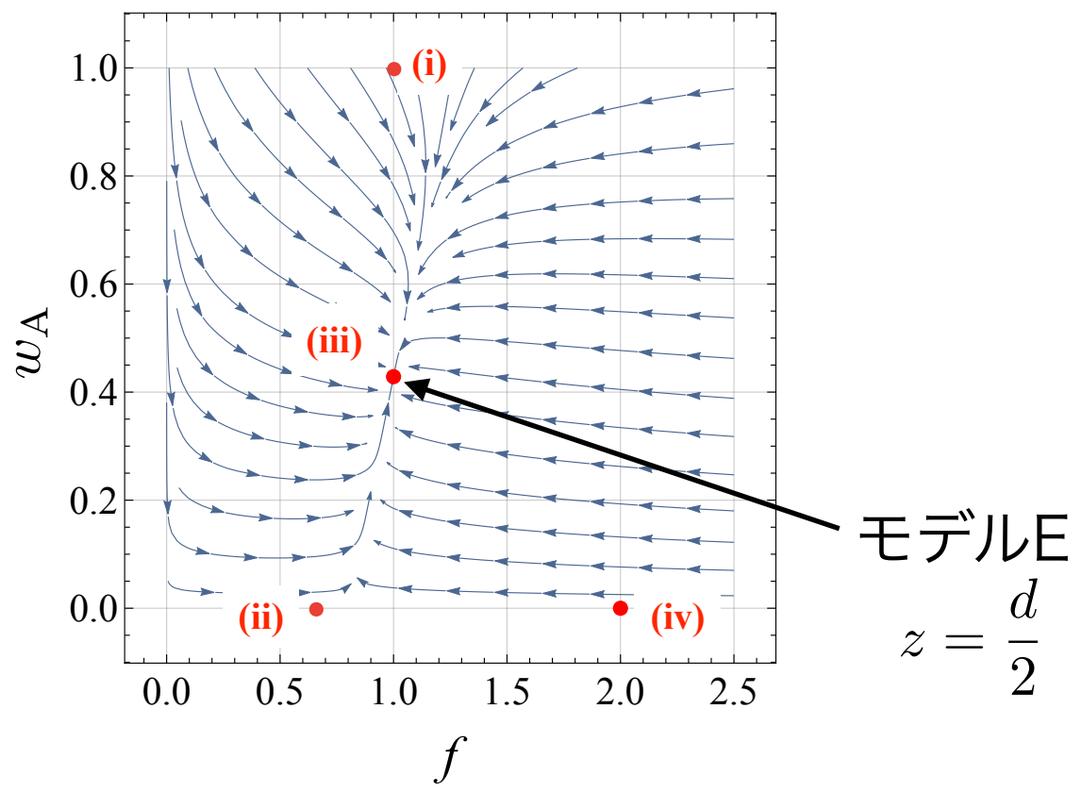
$(w,h)=(0,0)$ カイラル磁気効果なし



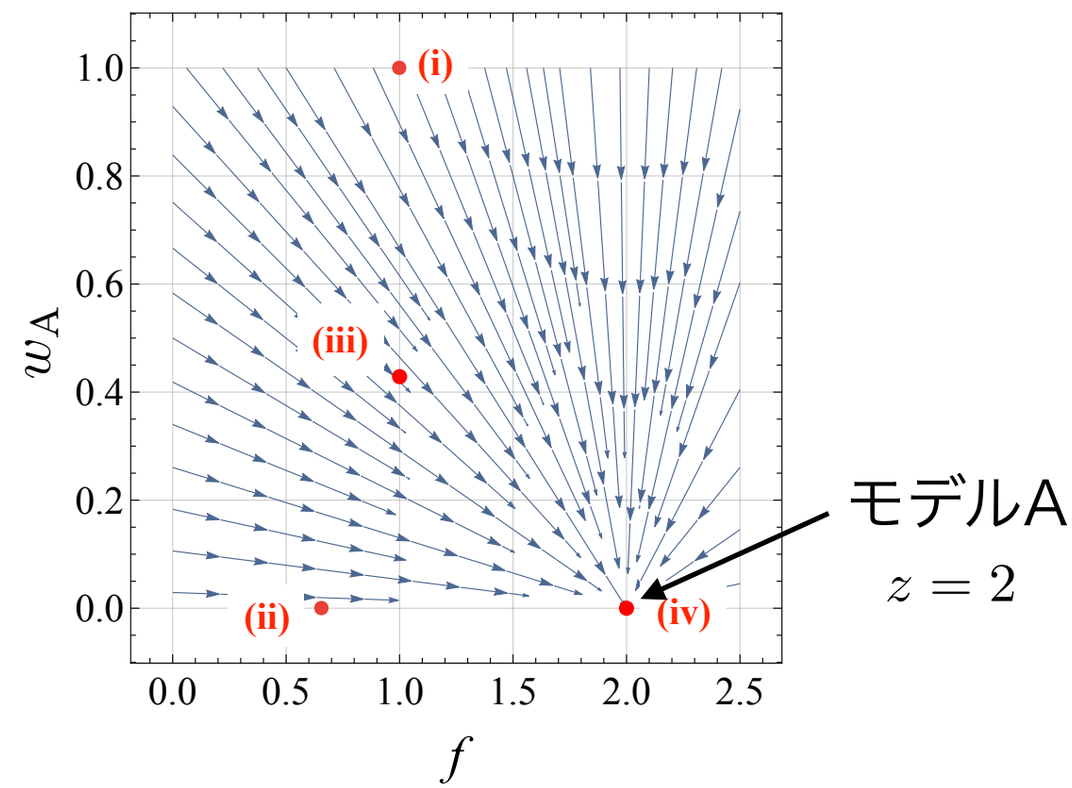
くりこみ群フロー

変数： $w_{\mathrm{A}} \equiv \dfrac{\Gamma}{\chi_{\mathrm{A}}\lambda_{\mathrm{A}}},\ f \equiv \dfrac{g^2\Lambda^{-\epsilon}}{8\pi^2\lambda_{\mathrm{A}}\Gamma},\ w \equiv \dfrac{\Gamma}{\chi\lambda},\ h \equiv \dfrac{C|\boldsymbol{B}|}{\sqrt{\lambda\lambda_{\mathrm{A}}}\Lambda}$

$(w, h) = (10^4, 10^0)$



$(10^4, 10^6)$

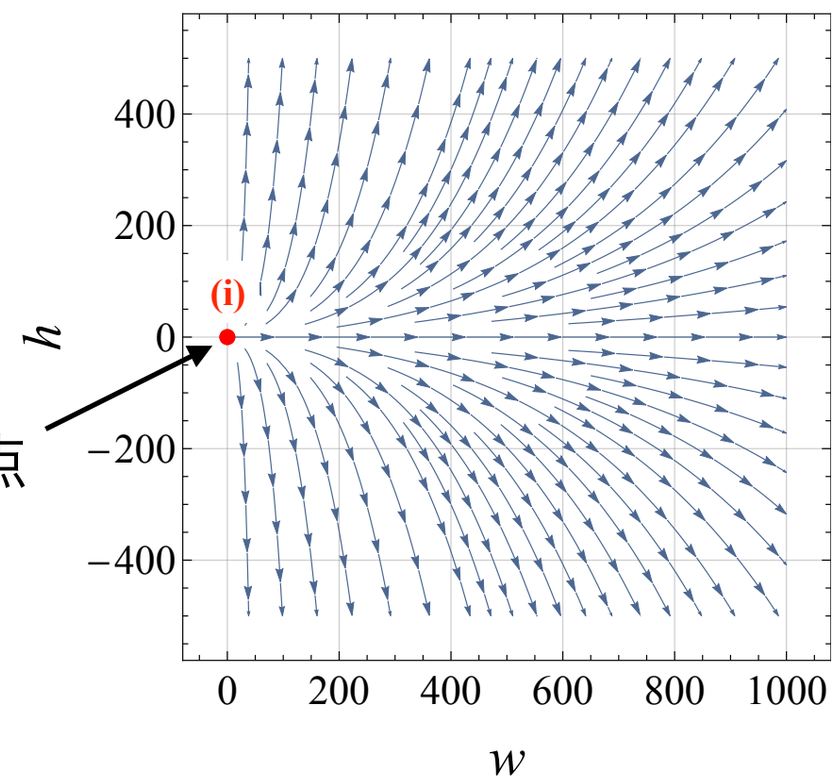


拡散 ≫ カイラル磁気波　　$\dfrac{h^2}{w} \sim \dfrac{C^2}{\lambda_{\mathrm{A}}}$　　拡散 ≪ カイラル磁気波

くりこみ群フロー

変数： $w_{\mathrm{A}} \equiv \dfrac{\Gamma}{\chi_{\mathrm{A}}\lambda_{\mathrm{A}}},\ f \equiv \dfrac{g^2\Lambda^{-\epsilon}}{8\pi^2\lambda_{\mathrm{A}}\Gamma},\ w \equiv \dfrac{\Gamma}{\chi\lambda},\ h \equiv \dfrac{C|\boldsymbol{B}|}{\sqrt{\lambda\lambda_{\mathrm{A}}}\Lambda}$

$(f, w_{\mathrm{A}}) = (1, 1)$



$(w, h) = (0, 0)$ の固定点

$h \gg w$ のフローが支配的 ⟶ モデルA

動的ユニバーサリティクラス

C=0	C≠0
モデル E (xyモデル) 固定点(i)	モデル A (イジングモデル) 固定点(iv)

M. Hongo, NS, N. Yamamoto (2018)

C : カイラル磁気係数

カイラル磁気効果がユニバーサリティクラスを変える

モデルE	2成分秩序変数 + 保存電荷	保存電荷'
	$\phi_\alpha \quad n_{\mathrm{A}} \quad [\phi_\alpha, n_{\mathrm{A}}] \neq 0$	$n \quad [\phi_\alpha, n] = 0$
モデルA	2成分秩序変数	保存電荷
	ϕ_α	$n_{\mathrm{A}} \quad n$

カイラル磁気波

まとめ

- カイラル輸送現象を考慮したQCDの臨界ダイナミクス

磁場中のカイラル2次相転移の動的ユニバーサリティクラス

C=0	C≠0
モデル E (xyモデル) 固定点(i)	モデル A (イジングモデル) 固定点(iv)

Masaru Hongo, NS, Naoki Yamamoto, JHEP **1811**, 108 (2018)

カイラル磁気効果がユニバーサリティクラスを変える

- 他のトポロジカル輸送現象と動的臨界現象？