

# 非平衡系の物理学 –階層性と普遍性–

## 強相関1次元量子系における絶縁破壊の 普遍的振る舞い

非エルミート有効場の理論による解析

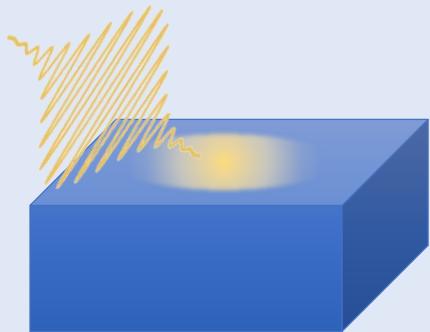
高三 和晃  
Kazuaki Takasan

京都大学 理学研究科 凝縮系理論(物性理論)グループ D3

共同研究者：中川 大也(理研CEMS)・川上 則雄(京大)

# 研究内容

## 固体量子物性における非平衡現象 非平衡現象を利用した物性制御



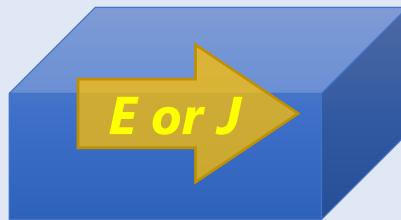
レーザー光(交流電場)

光誘起トポロジカル超伝導・  
重い電子系の光制御

KT, et al. PRB 2017; PRB 2017

固体中電子流体の  
光学応答

Poster-12 兎子尾



直流電場・電流

直流電場による  
磁性の制御

KT and M.Sato arXiv 2018

1D 強相関系の絶縁破壊

KT et al. in preparation



散逸(開放系)

非エルミート系における  
トポロジカル相

Z. Gong, ..., KT, ... PRX 2018

非エルミート系での  
超伝導

Poster-31 山本

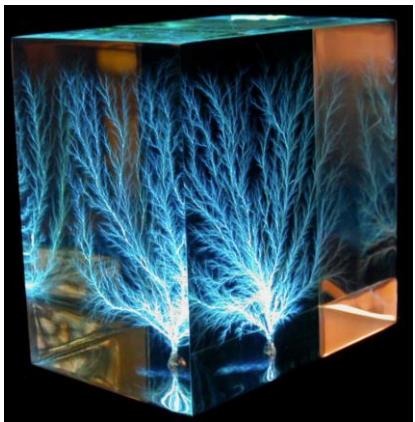
# 絶縁破壊現象

絶縁体 + 電場 → 電流が生じる“金属”状態

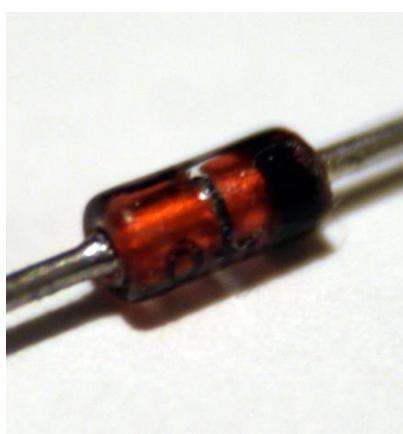
自然現象から身近なデバイスにまで現れる



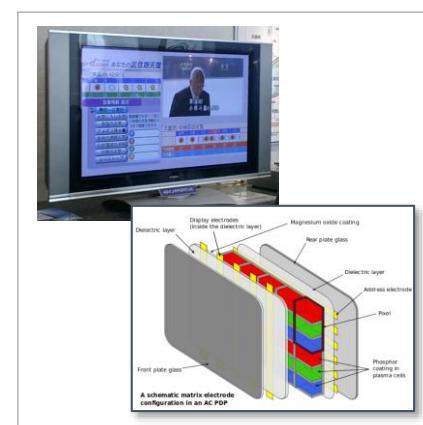
Lightning (雷)



Lichtenberg figure



Zener diode



Plasma display

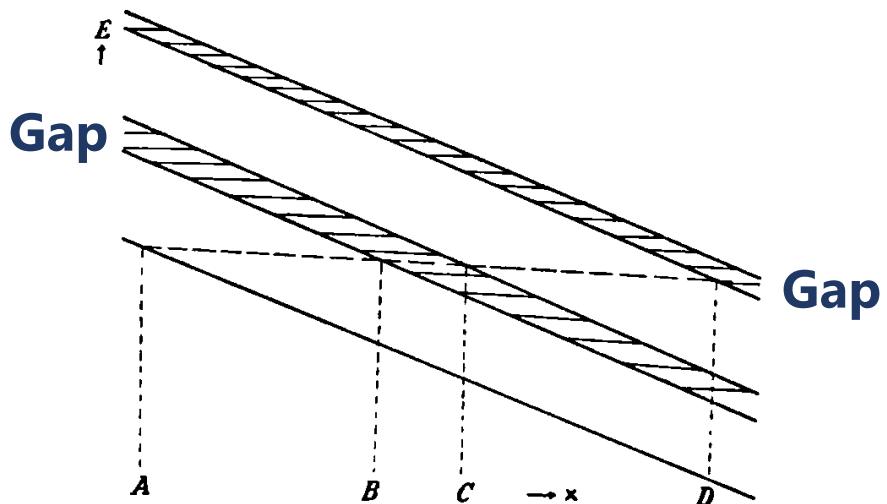
# 物質中の絶縁破壊

- ・バンド絶縁体

*A Theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics.*

CLARENCE ZENER, H. H. Wills Physics Laboratory, Bristol.

(Communicated by R. H. Fowler, F.R.S.—Received December 27, 1933, Revised  
March 1, 1934.)



c.f. Bloch's theorem, 1928

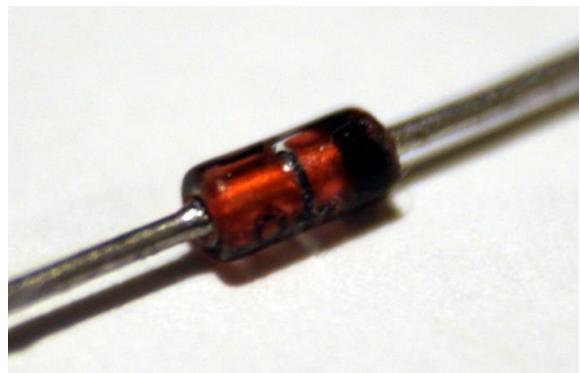


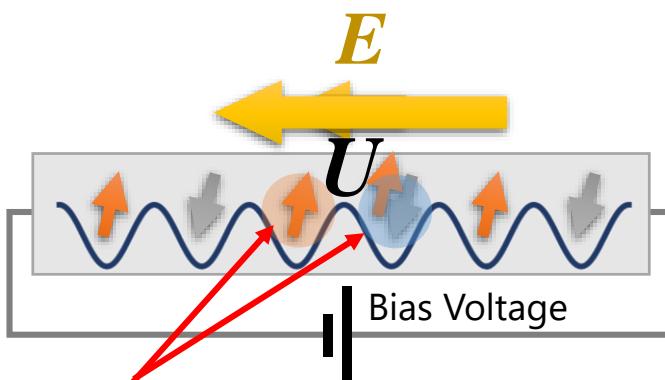
FIG. 1.—“Potential barrier” diagram. The shaded regions represent zones of forbidden energy in the presence of an electric field.

Zener diode

Tunneling between Bloch bands

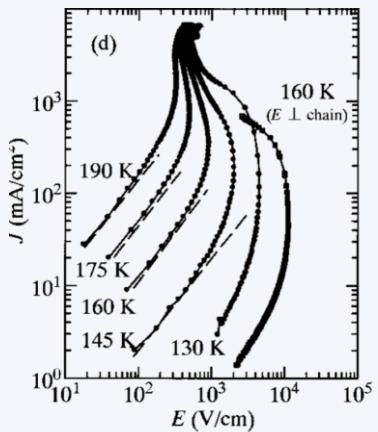
# 物質中の絶縁破壊

- Mott絶縁体

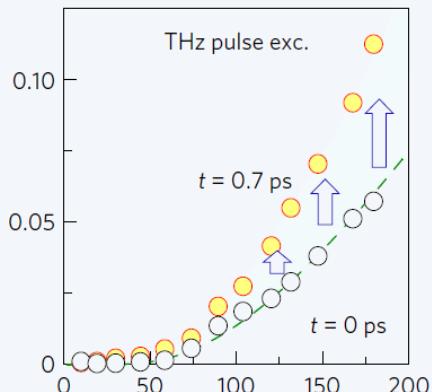


ダブルン-ホロンペア生成 ( $\rightarrow$  電荷キャリア)

## Experimental observation

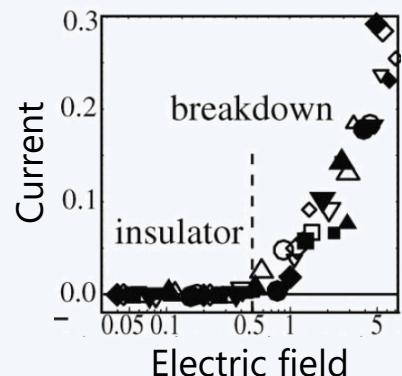
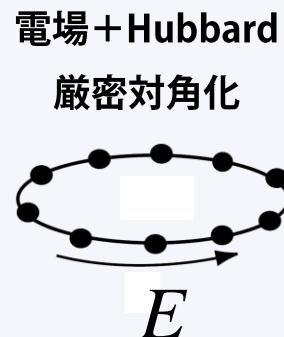


Y. Taguchi et al., PRB 2000



Yamakawa et al.,  
Nat. Mat. 2017

## Theoretical studies

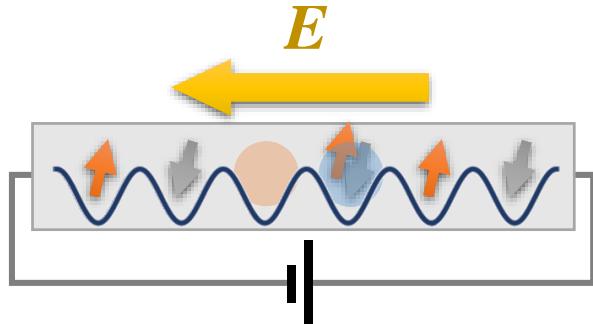


Oka, Arita and Aoki, PRL 2003

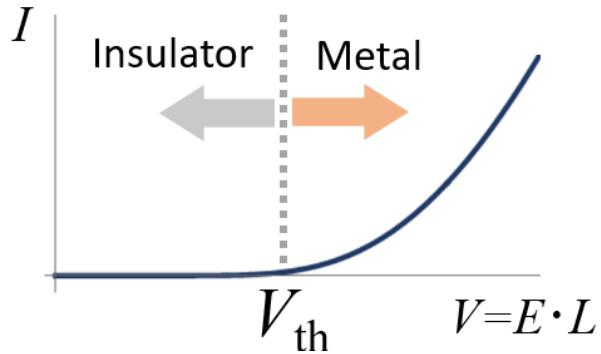
# なぜ、絶縁破壊を研究するか？

## 絶縁破壊を研究する4つの理由

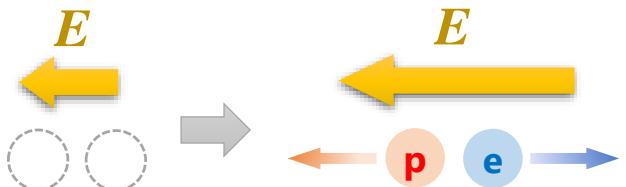
### 1. 非平衡現象の基礎プロセス



### 2. 非線形輸送現象

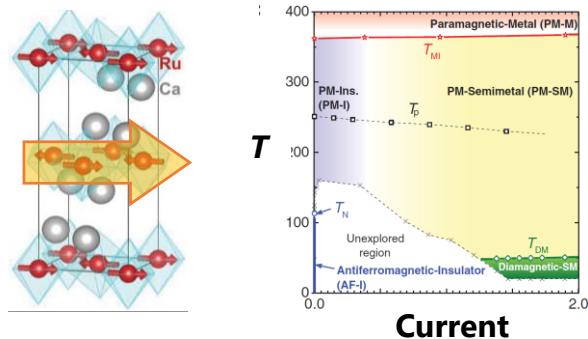


### 3. “強電場物理”的実験実現



Schwinger機構(電子-陽電子対生成)

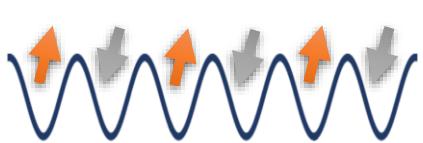
### 4. 非平衡相転移(電流-温度相図)



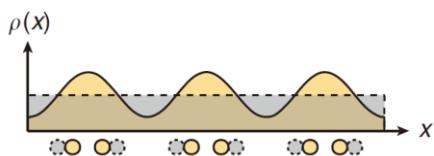
C. Sow et al., Science 2017

# 本研究のモチベーション

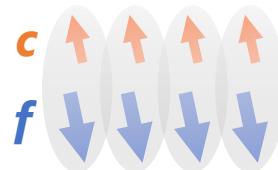
- ・ Fermionic Mott以外の強相関絶縁体では？
- ・ (強相関)絶縁体に共通する普遍的性質は存在するか？



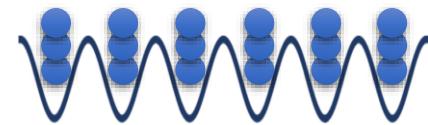
Fermionic Mott ins.



CDW insulators



Kondo insulators



Bose Mott insulators

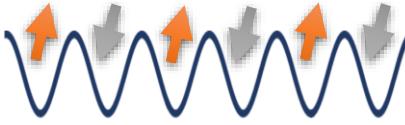
Universality in breakdown (Noneq. phase transition)... ?

- ・一般の絶縁破壊に関して解析的結果は得られるか？

非平衡  
+  
量子多体現象

→ 解析的アプローチは困難

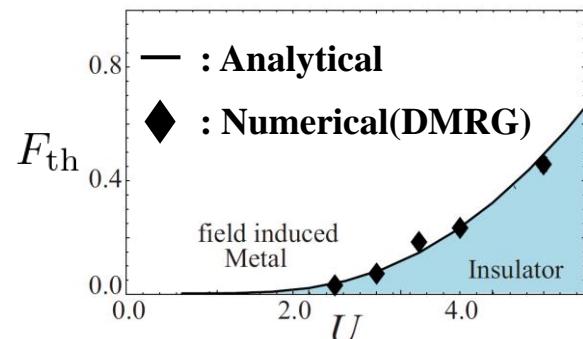
c.f.



Fermionic Hubbard (1D)



Integrable (Bethe ansatz)



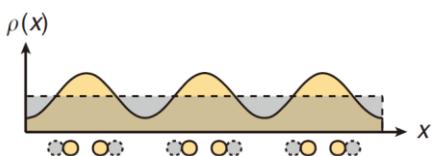
Oka and Aoki, PRB 2010

# 本研究のモチベーション

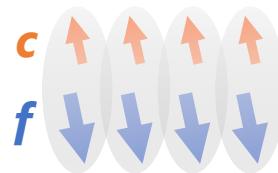
- ・ Fermionic Mott以外の強相関絶縁体では？
- ・ (強相関)絶縁体に共通する普遍的性質は存在するか？



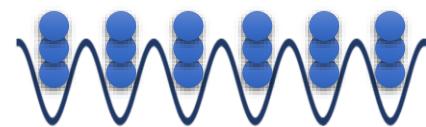
Fermionic Mott ins.



CDW insulators



Kondo insulators



Bose Mott insulators

我々の結果

幅広い強相関絶縁体で普遍的に成り立つ  
解析的公式の導出

非平衡  
+  
量子多体現象

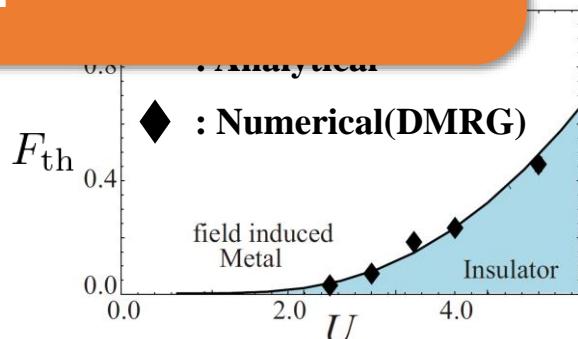
→ 解析的アプローチは困難



Fermionic Hubbard (1D)



Integrable (Bethe ansatz)



Oka and Aoki, PRB 2010

# 本研究のまとめ

KT, M. Nakagawa, N. Kawakami, in prep.

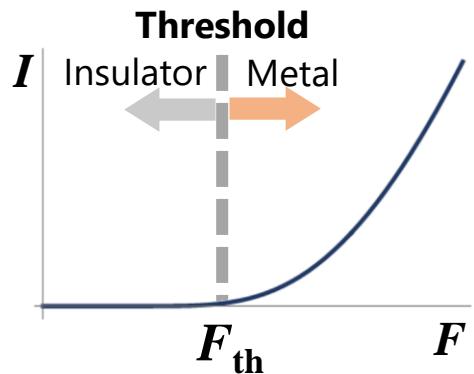
## 目標

強相関系における絶縁破壊の**解析的な理論**の構築

強相関絶縁体に共通する**普遍的振る舞い**を捉える

## 結果

- 1次元強相関系での絶縁破壊を記述する**有効場の理論**の構築  
**非エルミート sine-Gordon 模型**  
(~ ドープしたエルミート sine-Gordon 模型と“等価”)
- 絶縁破壊の閾値電場を与える**解析的かつ普遍的な公式**の導出  
[ Landa-Zener 公式の**量子多体系への一般化**に相当 ]
- 有効理論にもとづく公式を  
**可積分な格子上の量子系(SSH, XXZ, Hubbard)で確認**  
→弱結合側の**幅広い領域**でよく成立している



$$F_{\text{th}} = \frac{\beta}{2} \cdot \frac{(\Delta_0/2)^2}{v}$$

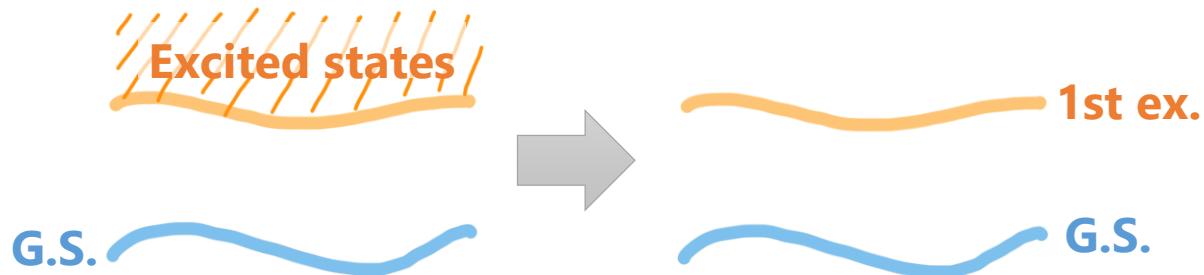
# 本研究の“攻め筋”

“一般”的強相関量子系における絶縁破壊を調べたい

## 1. そもそも、絶縁破壊を理論的にどう取り扱うか？

→ 基底状態から第一励起状態への量子トンネル現象として取り扱う

c.f. T. Oka and H. Aoki, PRB 2010



## 2. どうやって“一般”的強相関絶縁体を扱うか？

→ 有効場の理論(Effective Field Theory)にもとづいて議論する  
(1次元系であればボソン化法によって系統的に導出できる)

# Outline

---

1. イントロダクション

2. 準備：量子トンネル現象の理論

3. セットアップと閾値電場の式

4. 閾値電場の普遍的公式

5. 格子模型でのチェック

6. まとめ

何を計算するか？

どうやって計算するか？

計算は合っていたか？

# Outline

---

1. イントロダクション

2. 準備：量子トンネル現象の理論

3. セットアップと閾値電場の式

4. 閾値電場の普遍的公式

5. 格子模型でのチェック

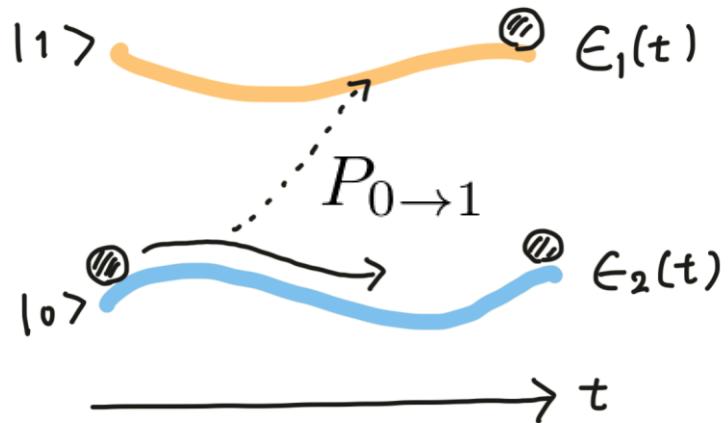
6. まとめ

何を計算するか？

どうやって計算するか？

計算は合っていたか？

# 量子トンネル現象の理論



時間依存するギャップの空いた  
2準位系  $H(t)$

## Dykhne-Davis-Pechukas (DDP) 公式

Dykhne, Sov. Phys. JETP 1962  
Davis and Pechukas, J. Chem. Phys. 1976

遷移確率

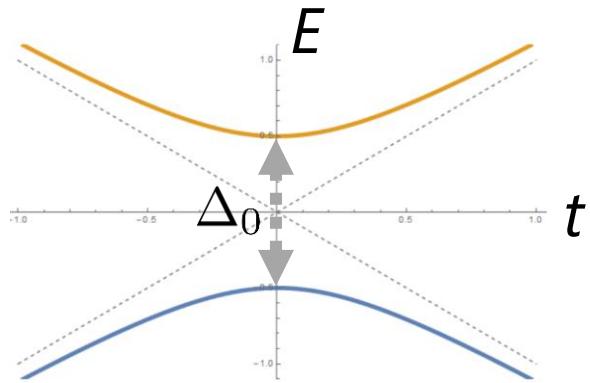
$$P_{0 \rightarrow 1} = \exp \left( 2\text{Im} \int_0^{t_c} \Delta(t) dt \right)$$

“Critical time”

$$\Delta(t_c) = 0$$

$\rightarrow$  Critical time は複素数値を取る

# 例: Landau-Zener model



$$H(t) = \begin{pmatrix} vt & \Delta_0/2 \\ \Delta_0/2 & -vt \end{pmatrix}$$

**固有值**

$$\varepsilon_{\pm}(t) = \pm \sqrt{(vt)^2 + (\Delta_0/2)^2}$$

$$\Delta(t) = \varepsilon_+(t) - \varepsilon_-(t)$$

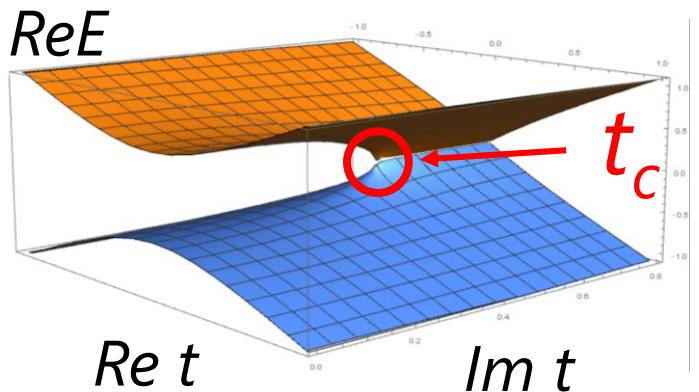
**“Critical time”**  $t_c = i\Delta_0/2v$

**DDP公式**

$$P = \exp \left( 2\text{Im} \int_0^{t_c} \Delta(t) dt \right)$$

$$= \exp \left( 2\text{Im} \int_0^{t_c} 2\sqrt{(vt)^2 + (\Delta_0/2)^2} dt \right)$$

$$= \exp \left( -\pi \frac{(\Delta_0/2)^2}{v} \right) \quad \text{LZ formula}$$



# Outline

---

1. イントロダクション

2. 準備：量子トンネル現象の理論

3. セットアップと閾値電場の式

4. 閾値電場の普遍的公式

5. 格子模型でのチェック

6. まとめ

何を計算するか？

どうやって計算するか？

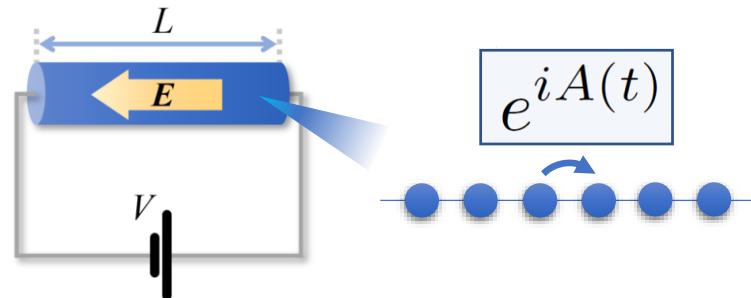
計算は合っていたか？

# セットアップと閾値電場の式

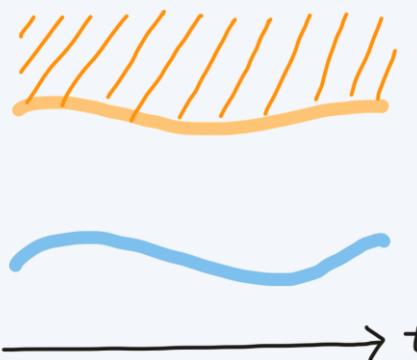
Setup: 1次元格子上の量子多体系 + 直流電場

$$H = - \sum_{i\alpha} \left( e^{iA(t)} c_{i\alpha}^\dagger c_{i+1\alpha} + \text{h.c.} \right) + V_{\text{int}}$$

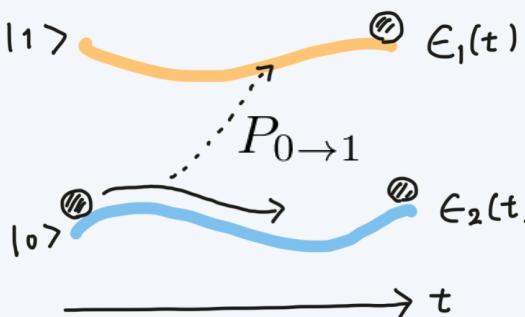
$$A(t) = -Ft, \quad F = eEa/\hbar$$



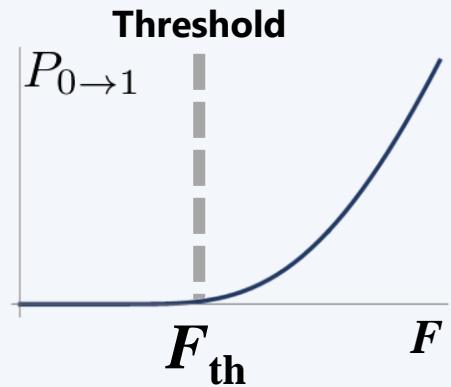
多体スペクトル



有効的な2準位系問題



遷移確率の計算



$$P_{0\rightarrow 1} = \exp \left( -\pi \frac{F_{\text{th}}}{F} \right)$$

$$F_{\text{th}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{h_c} \text{Re} \Delta(ih) dh$$

$$A = i\hbar$$

# 非エルミート模型の出現

$$F_{\text{th}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{h_c} \text{Re}\Delta(ih) dh$$

$$A = i\hbar$$

元のハミルトニアン

$$H = - \sum_{i\alpha} \left( e^{iA(t)} c_{i\alpha}^\dagger c_{i+1\alpha} + \text{h.c.} \right) + V_{\text{int}}$$

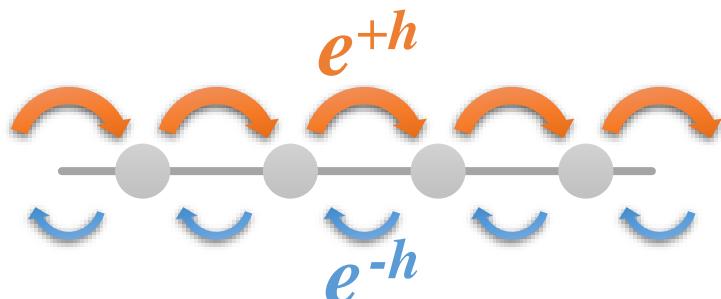
虚数ベクトルポテンシャル → 非エルミート模型 (非対称ホッピング)

$$H = - \sum_{i\alpha} \left( e^{-h} c_{i\alpha}^\dagger c_{i+1\alpha} + e^{+h} c_{i+1\alpha}^\dagger c_{i\alpha} \right) + V_{\text{int}}$$

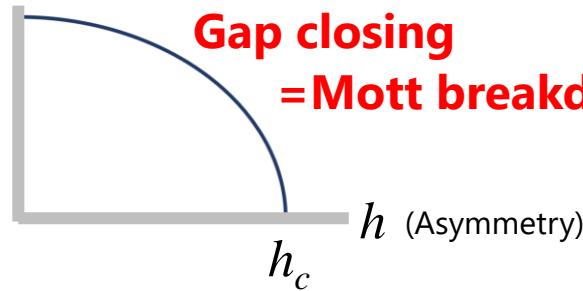
c.f. Random potential → Hatano-Nelson model

Hatano and Nelson, PRL 1996

c.f. Hubbard case: Mott絶縁破壊の現象論的模型 (proposed by Fukui and Kawakami)



Energy gap



Fukui and Kawakami, PRB 1998

# 非エルミート模型の出現

$$F_{\text{th}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{h_c} \text{Re}\Delta(ih)dh$$

$$A = i\hbar$$

元のハミルトニアン

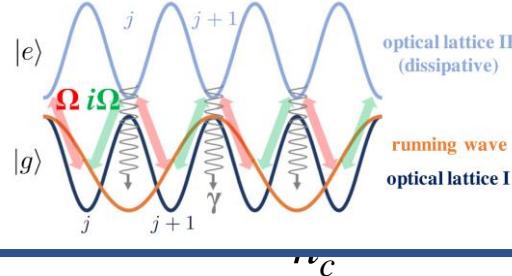
$$H = - \sum_{i\alpha} \left( e^{iA(t)} c_{i\alpha}^\dagger c_{i+1\alpha} + \text{h.c.} \right) + V_{\text{int}}$$

虚数ベクトルポテンシャル  $\rightarrow$  非エルミート模型 (非対称ホッピング)

$$H = - \sum_{i\alpha} \left( e^{-h} c_{i\alpha}^\dagger c_{i+1\alpha} + e^{+h} c_{i+1\alpha}^\dagger c_{i\alpha} \right) + V_{\text{int}}$$

- ・ 非対称ホッピングの冷却原子系での実現提案
- ・ 非エルミート系におけるトポロジカル相

[Ref. Z. Gong, ..., KT, ... , M. Ueda, Phys. Rev. X **8** 031079 (2018)]



1996

1997

# Outline

---

1. イントロダクション

2. 準備：量子トンネル現象の理論

3. セットアップと閾値電場の式

4. 閾値電場の普遍的公式

5. 格子模型でのチェック

6. まとめ

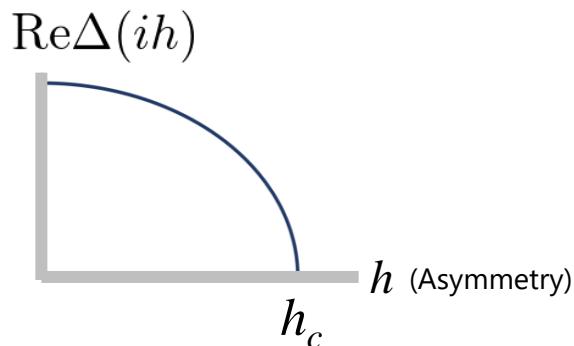
何を計算するか？

どうやって計算するか？

計算は合っていたか？

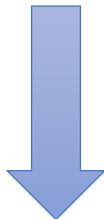
# 次のステップ：どう計算するか？

$$F_{\text{th}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{h_c} \text{Re}\Delta(ih) dh$$



$$H = - \sum_{i\alpha} \left( e^{-h} c_{i\alpha}^\dagger c_{i+1\alpha} + e^{+h} c_{i+1\alpha}^\dagger c_{i\alpha} \right) + V_{\text{int}}$$

低エネルギー有効理論



ボソン化法 c.f. Giamarchi's text book  
低エネルギー励起をボソン場で記述

$$H = \frac{v}{2\pi} \int dx \left\{ K(\pi\Pi - ih)^2 + \frac{1}{K}(\nabla\phi)^2 \right\} + g \int dx \cos(\beta\phi)$$

非エルミート sine-Gordon 模型

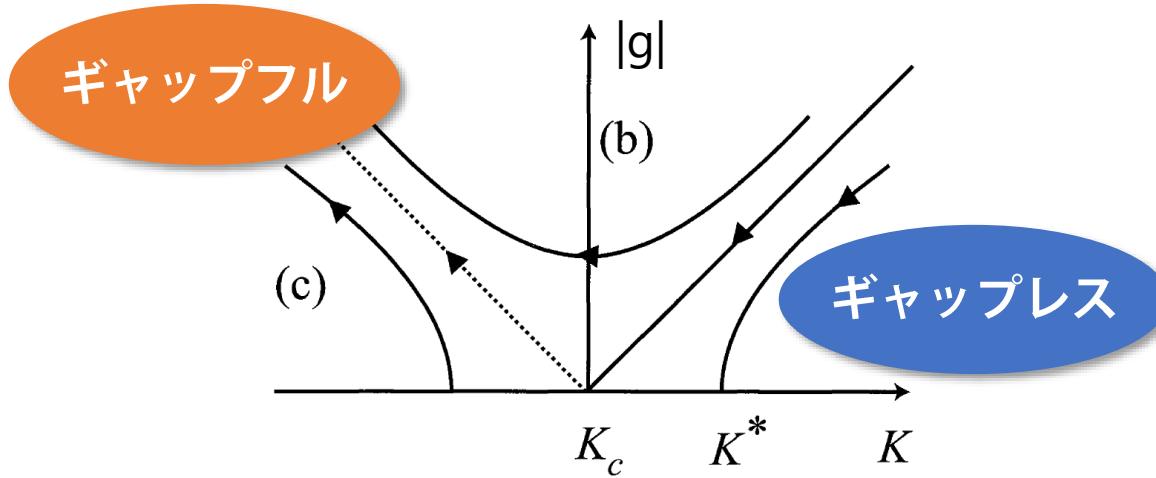
$\phi$  : ボソン場

# Sine-Gordon模型

$$H = \frac{v}{2\pi} \int dx \left\{ K(\pi\Pi - \cancel{\lambda})^2 + \frac{1}{K}(\nabla\phi)^2 \right\} + g \int dx \cos(\beta\phi)$$

自由ボソン(ギャップレス, CFT)

$\cos$ 項(擾動)



$\cos$ 項がrelevantになると、ギャップが開く  
→ 絶縁体に対応

(1次元金属-絶縁体転移を記述する有効理論)

# 導出の概略

$$F_{\text{th}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{h_c} \text{Re}\Delta(ih) dh$$



$$\Delta(A = ih) = \Delta_0 \sqrt{1 - \left(\frac{h}{h_c}\right)^2}$$

ギャップの変化

$$\begin{aligned} F_{\text{th}} &= \frac{2\Delta_0 h_c}{\pi} \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx \\ &= \frac{\Delta_0 h_c}{2} \end{aligned}$$



$$h_c = \frac{\beta \Delta_0}{4v}$$

臨界値

有効場の理論  
(非エルミート sine-Gordon)



$$F_{\text{th}} = \frac{\beta}{2} \cdot \frac{(\Delta_0/2)^2}{v} \quad \text{Main result}$$

# ドープされた絶縁体へのマッピング

ハミルトニアン

$$H = \frac{v}{2\pi} \int dx \left\{ K(\pi\Pi - ih)^2 + \frac{1}{K}(\nabla\phi)^2 \right\} + g \int dx \cos(\beta\phi)$$

作用

$$S[\phi] = \frac{1}{2\pi K} \int d\tau dx \left\{ \frac{1}{v}(\partial_\tau\phi)^2 + v(\partial_x\phi)^2 \right\} + \frac{h}{\pi} \int d\tau dx (\partial_\tau\phi) + g \int d\tau dx \cos(\beta\phi)$$

“時空の入れ換え”   $(\tilde{x}, \tilde{\tau}) = (v\tau, \bar{x}/v)$

他の項は不变  
(Lorentz不変性の現れ)

$$\frac{vh}{\pi} \int dx d\tau (\partial_x\phi)$$

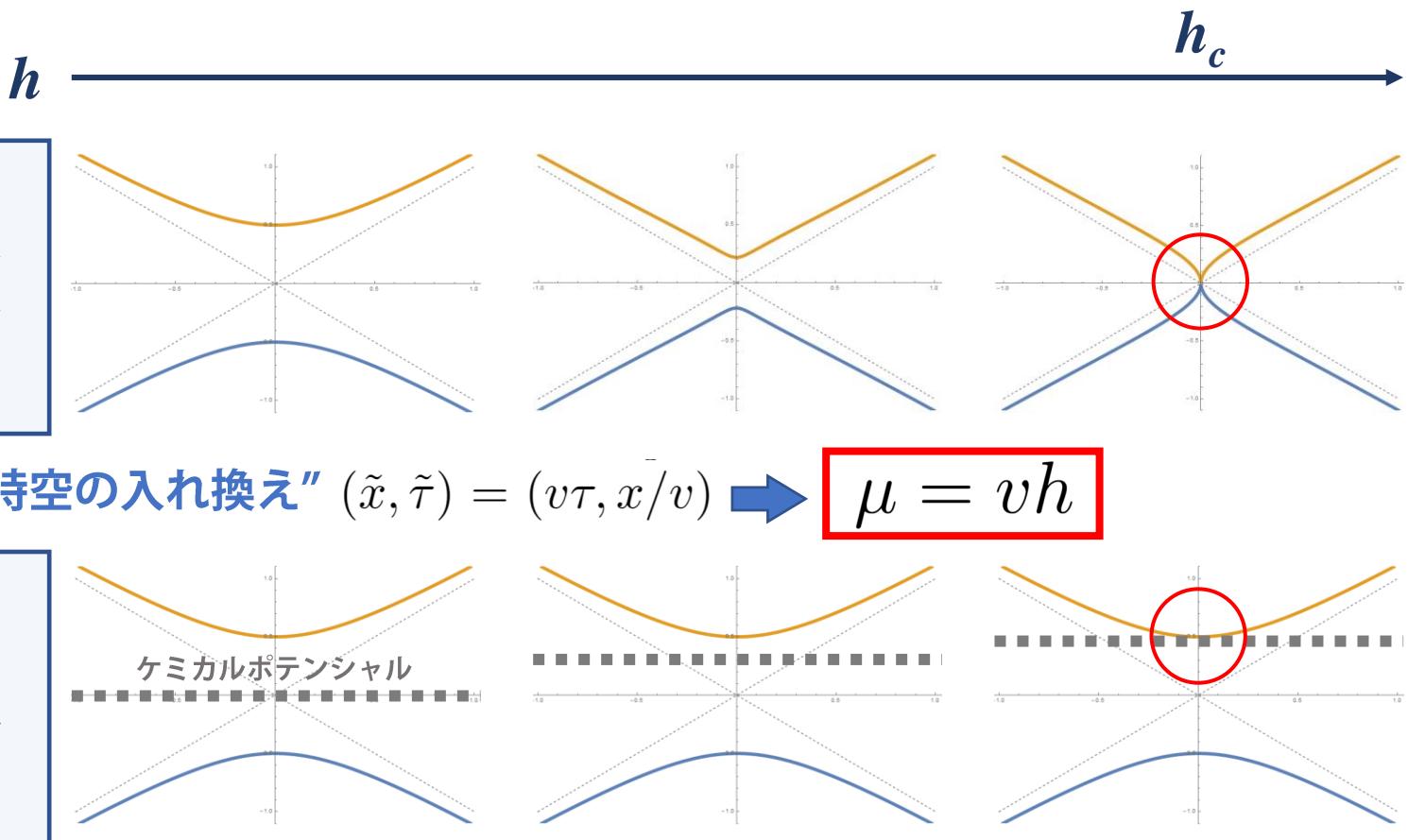
ボソン化の“辞書”より   $-\rho = \partial_x\phi/\pi$

$\mu = vh$

$$-vh \int dx \rho$$

ドープされたエルミートな絶縁体へマップされた

# ドープされた絶縁体へのマッピング



計算

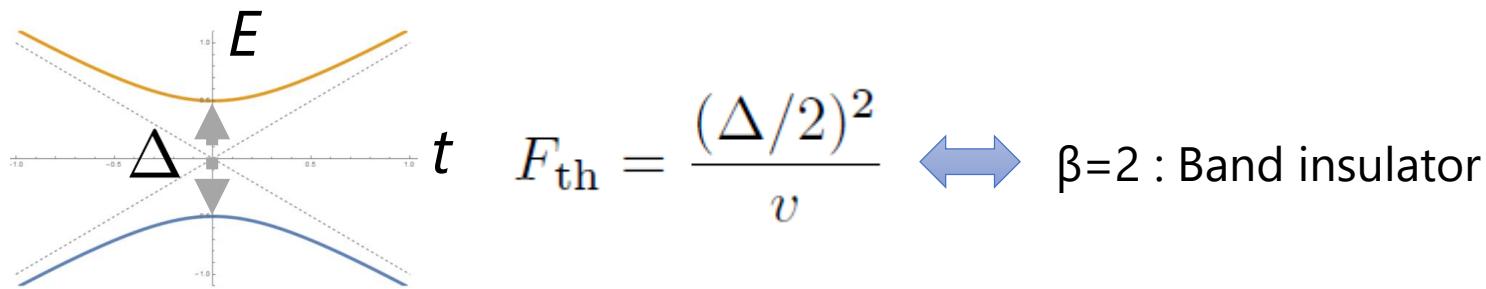
$$-\frac{vh}{\pi} \int dx \partial_x \phi = -\frac{2vh}{\beta} Q_{\text{top}}, \quad M_{\text{top}} = \frac{\Delta_0}{2}$$

$$h_c = \frac{\beta \Delta_0}{4v}$$

# Analytic formula of threshold field

$$F_{\text{th}} = \frac{\beta}{2} \cdot \frac{(\Delta_0/2)^2}{v}$$

## 1. Landau-Zener公式の相互作用系への拡張



velocity  $v$  interaction

$$H = \frac{v}{2\pi} \int dx \left\{ K(\pi\Pi - ih)^2 + \frac{1}{K}(\nabla\phi)^2 \right\} + g \int dx \cos(\beta\phi)$$

## 2. 具体的な模型ではなく有効場の理論にのみ依る普遍的な結果

また、(1+1)D低エネルギー理論に創発するLorentz不变性と深く関係

⇒ では、具体的な格子模型ではどうなっているか？

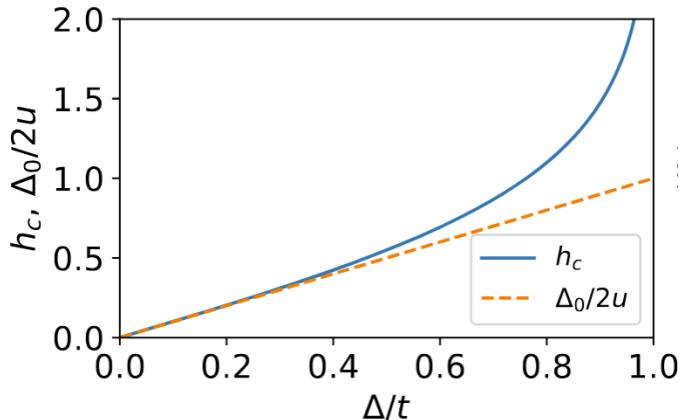
# 格子上の可積分量子系でのチェック

Check:

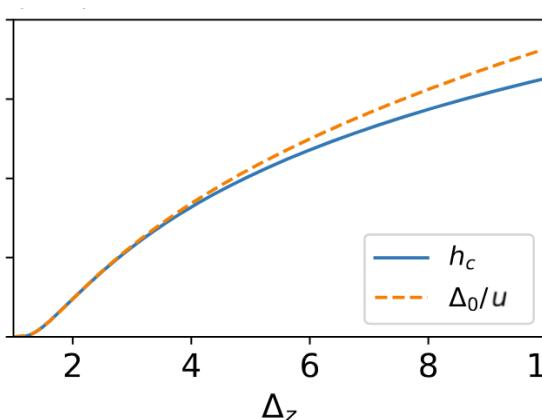
$$h_c = \frac{\beta \Delta_0}{4v}$$

$$\Delta(A = ih) = \Delta_0 \sqrt{1 - \left(\frac{h}{h_c}\right)^2}$$

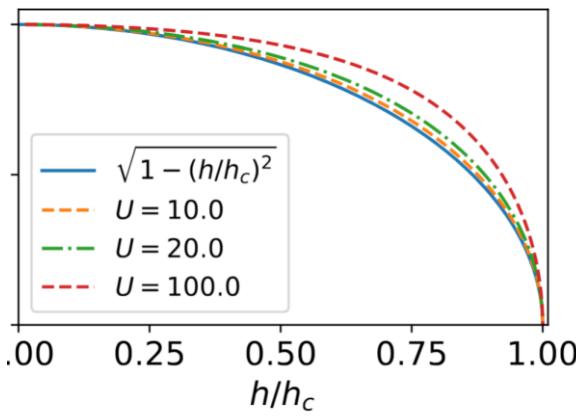
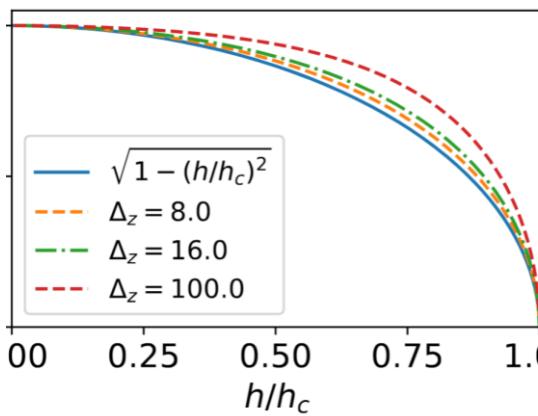
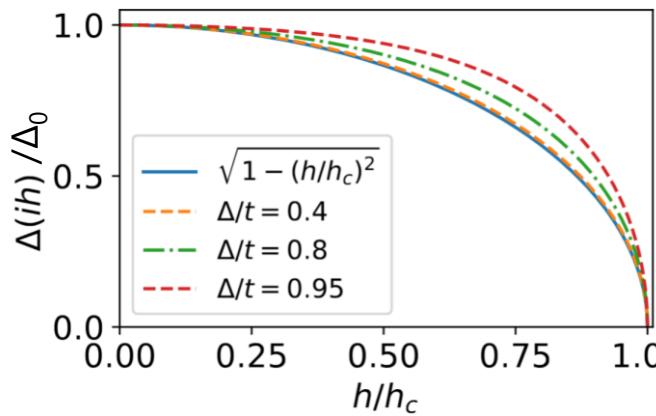
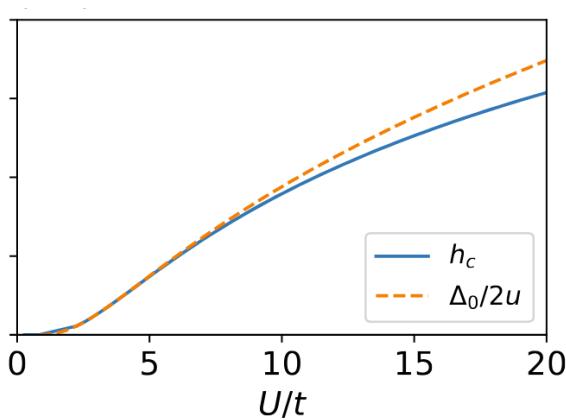
**Band insulator (SSH)**



**CDW insulator (XXZ)**



**Fermionic Mott (Hubbard)**



弱結合領域で幅広く成立している

# 本研究のまとめ

KT, M. Nakagawa, N. Kawakami, in prep.

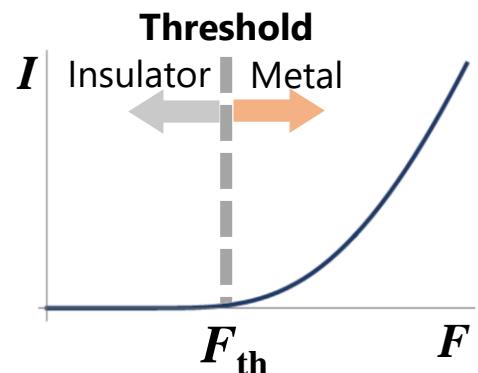
## 目標

強相関系における絶縁破壊の**解析的な理論**の構築

強相関絶縁体に共通する**普遍的振る舞い**を捉える

## 結果

- 1次元強相関系での絶縁破壊を記述する**有効場の理論**の構築  
**非エルミートsine-Gordon模型**  
 (~ ドープしたエルミートsine-Gordon模型と"等価")
- 絶縁破壊の閾値電場を与える**解析的かつ普遍的な公式**の導出  
 [ Landa-Zener公式の**量子多体系への一般化**に相当 ]
- 有効理論にもとづく公式を  
**可積分な格子上の量子系(SSH, XXZ, Hubbard)**で確認  
 →弱結合側の**幅広い領域**でよく成立している



$$F_{\text{th}} = \frac{\beta}{2} \cdot \frac{(\Delta_0/2)^2}{v}$$